Riadny termín

Základy finančníctva

29.5.2024

TEÓRIA:

Každá z nasledujúcich teoretických úloh je za 5 bodov. Pre každú z úloh je práve jedna z možností a, b, c, d správna. Správna odpoveď (zakrúžkujte) v úlohe znamená 5 bodov, akákoľvek nesprávna odpoveď ako i označenie viacerých odpovedí v jednej úlohe je za 0 bodov.

1. Uvažujte, že na dlhopisovom trhu existujú dva bezkupónové dlhopisy A, B s rovnakou nominálnou hodnotou $F > 0$ p. j. a rovnakou dobou splatnosti $T = 1$ rok. Vypočítajme súčasnú hodnotu P_A dlhopisu A s použitím diskrétneho úrokovania a diskrétnej ročnej úrokovej sadzby $r > 0$ a súčasnú hodnotu P_B dlhopisu B s použitím spojitého úrokovania a spojitej nominálnej úrokovej sadzby $R = \ln(1+r)$. Potom:

a. $P_A < P_B$,
b. $P_A > P_B$,
c. $P_A = P_B$,
d. v závislosti na výške vyplácaných kupónov môže nastať ktorákoľvek z možností a., b., c.

2. Uvažujte akciu, ktorá prvých n rokov vypláca dividendu $D_1 = D > 0$ rastúcu ročnou mierou rastu $G > 0$, t. j. pre $t = 1,2,3, \dots, n$ rast dividendy sleduje vývoj: $D_t = D(1+G)^{t-1}$, a od $(n+1)$.roku počnúc rýchlosť rastu klesne na $0 < g < G$. Predpokladajte, že akcia poskytuje výnosovú sadzbu r takú, že $g < r < G$. Nech P_0 označuje súčasnú hodnotu (cenu v čase 0) akcie pri diskrétnom diskontovaní. Potom:

a. $P_0 = 0$,
b. $P_0 = \frac{D}{1+r}\left(n + \frac{1+g}{r-g}\right)$,
c. $P_0 = \frac{D}{r-G}\left(1 - \left(\frac{G-g}{r-g}\right)\left(\frac{1+G}{1+r}\right)^{n-1}\right)$,
d. P_0 nemožno korektne vypočítať, pretože $r < G$.

3. Uvažujte dvoch riziko-averzných investorov I_1, I_2 na trhu s cennými papiermi. Predpokladajte, že investor I_1 má väčší odpor k riziku než investor I_2. Nech na efektívnej množine portfólií v rovine $O_{\sigma r}$ bod $(\sigma_1, \bar{r}_1)$ reprezentuje výber optimálneho portfólia investora I_1 a bod $(\sigma_2, \bar{r}_2)$ reprezentuje výber optimálneho portfólia investora I_2. Potom platí:

a. $\bar{r}_1 \le \bar{r}_2$ a súčasne $\sigma_1 \le \sigma_2$,
b. $\bar{r}_1 \le \bar{r}_2$ a súčasne $\sigma_1 > \sigma_2$,
c. $\bar{r}_1 > \bar{r}_2$ a súčasne $\sigma_1 \le \sigma_2$,
d. $\bar{r}_1 > \bar{r}_2$ a súčasne $\sigma_1 > \sigma_2$.

4. Súčasná bezarbitrážna hodnota európskej predajnej (put) opcie na akciu bez dividend s realizačnou cenou $K > 0$ p. j. takou, že $K \le S_m$, kde S_m označuje najmenšiu z hodnôt podkladovej akcie v koncových uzloch binárneho stromu vývoja ceny akcie, je pri spojitej úrokovej sadzbe $R > 0$, konštantnej počas doby splatnosti opcie $\hat{T} > 0$, rovná:

a. $Ke^{-R\hat{T}} - S_0$ p. j.,
b. 0 p. j.,
c. $S_0 - Ke^{-R\hat{T}}$ p. j.,
d. K p. j.

Riadny termín

Základy finančníctva

29.5.2024

ÚLOHY:

1. **(10 bodov)** Určte budúcu hodnotu vkladu v banke $K_0 = 10000$ p. j., ktorý je dva mesiace úročený mesačne diskrétnou ročnou úrokovou sadzbou $r = 0{,}06$.

2. **(10 bodov)** Vypočítajte, akú ročnú kupónovú sadzbu c poskytuje dvojročný kupónový dlhopis s nominálnou hodnotou $F = 1000$ p. j., ak jeho súčasná hodnota $B = 1011$ p. j. a diskrétne ročné úrokové sadzby na jednotlivé obdobia sú: $r_1 = 0{,}011$, $r_2 = 0{,}0245$, kde dolný index pri každom r značí dĺžku obdobia v rokoch. Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.

3. **(10 bodov)** Vypočítajte súčasnú hodnotu (cenu v čase 0) P_0 akcie, ktorá v prvých dvoch rokoch vypláca dividendu $D_1 = D = 6$ p. j. rastúcu ročnou mierou rastu $G = 0{,}1$, a od tretieho roka počnúc rýchlosť rastu vyplácania dividendy klesne na $g = 0{,}09$, ak výnosová sadzba (miera) akcie $r = 0{,}2$.

4. **(20 bodov)** Bezarbitrážnym oceňovaním ohodnoťte americkú kúpnu (call) opciu na akciu nevyplácajúcu dividendy s dobou splatnosti $\widehat{T} = 2$ mesiace a realizačnou cenou $K = 40$ p.j., ak spojitá bezriziková úroková sadzba R je počas tohto obdobia nemenná a rovná $0{,}12$, pričom predpokladaný vývoj ceny akcie je na nasledujúcom dvojkrokovom binárnom strome:

$$
\begin{array}{ccccc}
 & & & & S_5 = 90\,p.j. \\
 & & & \nearrow & \\
 & & S_2 = 60\,p.j. & & \\
 & \nearrow & & \searrow & \\
S_0 = 40\,p.j. & & & & S_4 = 30\,p.j. \\
 & \searrow & & \nearrow & \\
 & & S_1 = 20\,p.j. & & \\
 & & & \searrow & \\
 & & & & S_3 = 10\,p.j.
\end{array}
$$

kde prvá zmena ceny akcie nastane v čase $T = 1$ mesiac (tj. jedna dvanástina roka) a druhá zmena nastane o ďalší mesiac. Čiže doba splatnosti opcie $\widehat{T} = 2T = \frac{1}{6}$ (kde 2 je počet krokov na binárnom strome).

PRÉMIA:

(5 bodov) Rozhodnite, či je číselne hodnota spojitej ročnej úrokovej sadzby $R > 0$ menšia než hodnota ekvivalentnej diskrétnej ročnej úrokovej sadzby r (najprv ju nájdite) pri zloženom úrokovaní m-krát ročne pre každé $m \in \mathbb{N}$. Svoje rozhodnutie zdôvodnite.