

OPČNÉ STRATÉGIE

Základy finančnictva

<http://matika.elf.stuba.sk/KMAT/ZakladyFinancnictva>

OPČNÉ STRATÉGIE

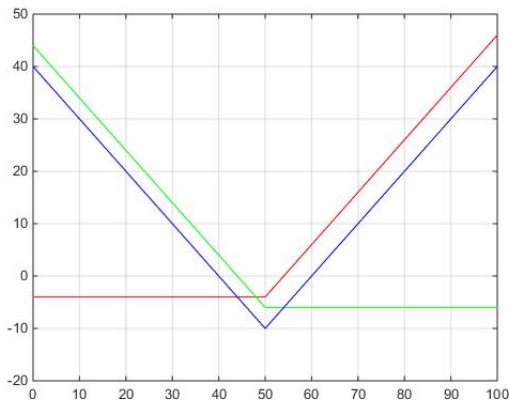
- Investori často (na základe nejakých indícií) predpokladajú pohyb v hodnote podkladového aktíva, ktorý môže byť výrazný alebo menej výrazný.
- V mnohých prípadoch však nevedia presne určiť, ktorým smerom tento pohyb nastane.
- Chcú preto eliminovať prípadné straty súvisiace s kúpou, či predajom nejakého aktíva (a naopak, pokiaľ možno, znásobiť profit) a preto volia rôzne opčné stratégie.
- **Opčnou stratégiou** budeme rozumieť kúpu alebo predaj, prípadne oboje, rôznych druhov opcií (put, call) na to isté podkladové aktívum a s rovnakou dobou splatnosti s rovnakými alebo rôznymi realizačnými cenami.
- Budeme uvažovať len kombinácie európskeho typu opcií.
- V nasledujúcich príkladoch sa na to budeme dívať z pohľadu držiteľa stratégie.

STRADDLE

- **Straddle** – stratégia využívajúca nákup dvoch opcií európskeho typu (put a call) na to isté podkladové aktívum, s tou istou realizačnou cenou K a s tou istou maturitou.
- Investor využije túto stratégiu, ak očakáva veľkú zmenu v cene aktíva, ale nevie, v ktorom smere táto zmena nastane.
- Označme: P_0 , C_0 - súčasné ceny put, resp. call opcie, S_T - cena aktíva v dobe splatnosti opcií.
- Ak v čase splatnosti opcií prekročí cena aktíva strike price, tj. $S_T \geq K$, tak investor uplatní call opciu umožňujúcu kúpu aktíva za K ; v opačnom prípade investor uplatní put opciu.
- Keďže na začiatku zaplatil za obe opcie v súčte $P_0 + C_0$, tak nebude v strate v prípade, že cena aktíva S_T vyjde z intervalu $(K - P_0 - C_0, K + P_0 + C_0)$, tj. buď bude $S_T \leq K - P_0 - C_0$ (investor uplatňuje put opciu) alebo bude $S_T \geq K + P_0 + C_0$ (investor uplatňuje call opciu).

STRADDLE

- Profit diagram straddle stratégie sa nachádza na nasledujúcom obrázku:



Obr.: Červenou - call opcia, zelenou - put opcia, modrou - straddle,
 $K = 50$.

STRADDLE

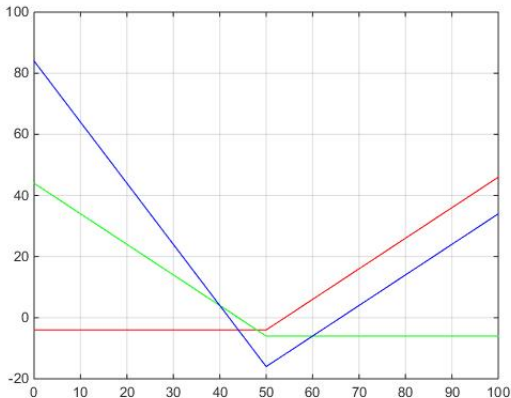
- Samozrejme, ak chceme zohľadniť časovú hodnotu peňazí, je potrebné v čase T pracovať s hodnotami $P_0 e^{RT}$ a $C_0 e^{RT}$ miesto P_0 a C_0 , kde R je bezriziková spojitá úroková sadzba, konštantná počas doby splatnosti derivátov, pretože budúca hodnota kapitálu $(P_0 + C_0)$ p.j. zaplateného v čase 0 je v čase T zúročená príslušnou úrokovou sadzbou za príslušné časové obdobie.
- Aj pri ďalších stratégiách to treba mať na pamäti, ale už si to pri profit diagramoch nasledujúcich stratégií nebudeme pripomínať.

STRIP

- **Strip** – stratégia využívajúca nákup jednej európskej call opcie a dvoch európskych put opcií na rovnaké podkladové aktívum s rovnakou dobou splatnosti a s rovnakou strike price K .
- Investor v prípade tejto stratégie vsádza na veľký posun v cene aktíva, pričom predpokladá, že tento posun nastane skôr smerom nadol než smerom nahor.
- Ak v čase splatnosti opcií prekročí cena aktíva strike price, tj. $S_T \geq K$, tak investor uplatní call opciu umožňujúcu kúpu aktíva za K ; v opačnom prípade investor uplatní obe put opcie.
- Keďže na začiatku zaplatil za obe opcie v súčte $2P_0 + C_0$, tak nebude v strate v prípade, že cena aktíva S_T vyjde z intervalu $(K - P_0 - \frac{C_0}{2}, K + 2P_0 + C_0)$, tj. buď bude $S_T \leq K - P_0 - \frac{C_0}{2}$ (investor uplatňuje obe put opcie) alebo bude $S_T \geq K + 2P_0 + C_0$ (investor uplatňuje call opciu).

STRIP

- Profit diagram strip stratégie sa nachádza na nasledujúcom obrázku:



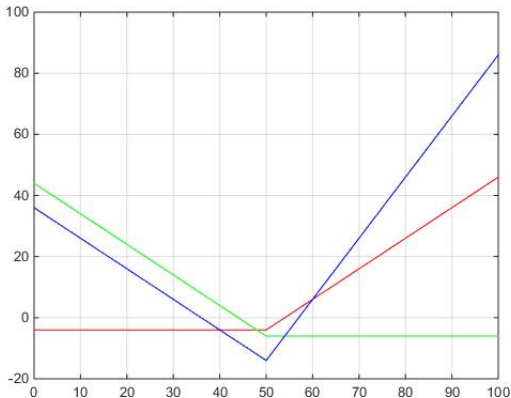
Obr.: Červenou - call opcia, zelenou - put opcia, modrou - strip,
 $K = 50$.

STRAP

- **Strap** – stratégia využívajúca nákup jednej európskej put opcie a dvoch európskych call opcií na rovnaké podkladové aktívum s rovnakou dobou splatnosti a s rovnakou strike price K .
- Investor v prípade tejto stratégie vsádza na veľký posun v cene aktíva, pričom predpokladá, že tento posun nastane skôr smerom nahor než smerom nadol.
- Ak v čase splatnosti opcií prekročí cena aktíva strike price, tj. $S_T \geq K$, tak investor uplatní obe call opcie umožňujúcu kúpu aktíva za K ; v opačnom prípade investor uplatní put opciu.
- Keďže na začiatku zaplatil za obe opcie v súčte $P_0 + 2C_0$, tak nebude v strate v prípade, že cena aktíva S_T vyjde z intervalu $(K - P_0 - 2C_0, K + \frac{P_0}{2} + C_0)$, tj. buď bude $S_T \leq K - P_0 - 2C_0$ (investor uplatňuje put opciu) alebo bude $S_T \geq K + \frac{P_0}{2} + C_0$ (investor uplatňuje obe call opcie).

STRAP

- Profit diagram strap stratégie sa nachádza na nasledujúcom obrázku:



Obr.: Červenou - call opcia, zelenou - put opcia, modrou - strap,
 $K = 50$.

STRANGLE

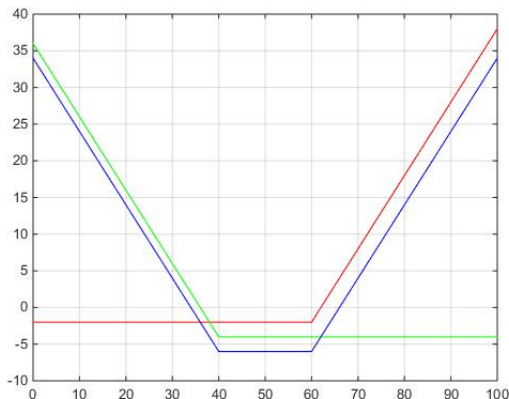
- **Strangle** – stratégia využívajúca nákup jednej európskej put opcie a jednej európskej call opcie na rovnaké podkladové aktívum s rovnakou dobou splatnosti, ale s rozdielnou strike price.
- Ide o podobnú stratégiu ako je straddle; investor využije túto stratégiu, ak očakáva veľkú zmenu v cene aktíva, ale nevie, v ktorom smere táto zmena nastane.
- Označme: K_1 - strike price put opcie, K_2 - strike price call opcie; $K_2 > K_1$; ďalej označme: P_1 - cena put opcie, C_2 - cena call opcie.
- Ak v čase splatnosti opcií prekročí cena aktíva strike price, tj. $S_T \geq K_2$, tak investor uplatní call opciu; ak v čase splatnosti opcií bude $S_T \leq K_1$, investor uplatní put opciu.

STRANGLE

- Keďže na začiatku zaplatil za obe opcie v súčte $P_1 + C_2$, tak nebude v strate v prípade, že cena aktíva S_T vyjde z intervalu $(K_1 - P_1 - C_2, K_2 + P_1 + C_2)$, tj. buď bude $S_T \leq K_1 - P_1 - C_2$ (investor uplatňuje put opciu) alebo bude $S_T \geq K_2 + P_1 + C_2$ (investor uplatňuje call opciu).
- Vidíme, že profit z tejto stratégie závisí od toho, ako ďaleko od seba sa K_1 a K_2 nachádzajú.
- V prípade, že $K_1 < K < K_2$ (K ako v predchádzajúcom), tak $P_1 < P_0$ a $C_2 < C_0$ (P_0, C_0 tak, ako v predchádzajúcom); tzn. na rozdiel od straddle stratégie, síce táto stratégia dáva nižší profit, ale zároveň to kompenzuje nižšími stratami tým spôsobom, že rozširuje interval pre ich vznik.

STRANGLE

- Profit diagram strangle stratégie sa nachádza na nasledujúcom obrázku:



Obr.: Červenou - call opcia, zelenou - put opcia, modrou - strangle,
 $K_1 = 40$, $K_2 = 60$.

BULL SPREAD

- **Bull spread** – stratégia využívajúca nákup európskej call opcie na nejaké podkladové aktívum s určitou dobou splatnosti a nejakou strike price K_1 a predaj európskej call opcie na rovnaké podkladové aktívum a s rovnakou dobou splatnosti, ale s vyššou strike price K_2 .
- Investor očakáva, že cena aktíva vzrastie, avšak v tomto prípade sú prípadná strata, ale aj zisk ohraničené.
- Označme: C_1 - cena call opcie so strike price K_1 , C_2 - cena call opcie so strike price K_2 .
- Ak v čase splatnosti opcií prekročí cena aktíva strike price K_1 , tj. $S_T > K_1$, tak investor uplatňuje zakúpenú call opciu; súčasne pokiaľ je $S_T \in \langle K_1, K_2 \rangle$, nevzniká nárok protistrany na kúpu aktíva z predanej opcie a investor si ponecháva opčnú prémiiu C_2 za jej predaj; ak v čase splatnosti opcií bude $S_T > K_2$, vzniká nárok na zakúpenie aktíva za cenu K_2 protistranou, čím sa znižuje zisk z kúpy aktíva za cenu K_1 a tento rozdiel ostáva konštantný.

BULL SPREAD

- Výplaty stratégie v čase T sú v nasledujúcej tabuľke:

cena aktíva	$S_T < K_1$	$K_1 \leq S_T \leq K_2$	$S_T > K_2$
výplata	0	$S_T - K_1$	$K_2 - K_1$

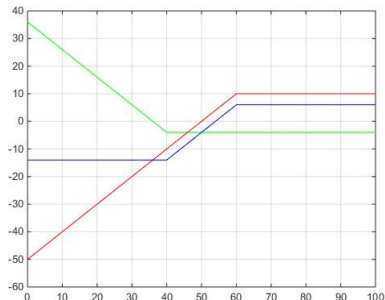
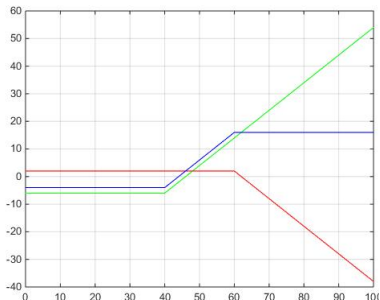
- Profit investora je potom výplata znížená o počiatocnú investíciu $C_1 - C_2$.
- Bull spread stratégia môže tiež využívať kúpu európskej put opcie na nejaké podkladové aktívum s určitou dobou splatnosti a nejakou strike price K_1 a predaj európskej put opcie na rovnaké podkladové aktívum a s rovnakou dobou splatnosti, ale s vyššou strike price K_2 .
- Výplaty stratégie v čase T pre put opcie:

cena aktíva	$S_T < K_1$	$K_1 \leq S_T < K_2$	$S_T \geq K_2$
výplata	$K_1 - K_2$	$S_T - K_2$	

- Profit investora je potom výplata zvýšená o počiatocný príjem $P_2 - P_1$.

BULL SPREAD

- Profit diagramy bull spread stratégie pre dve call opcie (vľavo) a pre dve put opcie (vpravo):



Obr.: Zelenou - kúpená call (put) opcia, červenou - predaná call (put) opcia, modrou - bull spread, $K_1 = 40$, $K_2 = 60$.

BULL SPREAD

- Z porovnania obrázkov môžeme nadobudnúť pocit, že pri bull spread stratégii využívajúcej call opcie je strata držiteľa stratégie pre hodnoty $S_T < K_1$ nižšia, než je tomu pri bull spread stratégii využívajúcej put opcie. Podobne profit je pre $S_T > K_2$ pre držiteľa stratégie vyšší pri call opciách než pri put opciách. Ak predpokladáme, že $R > 0$ a podkladové aktívum je akcia bez dividend, s využitím kúpno-predajnej parity pre európske opcie na akciu bez dividend možno ukázať, že dané pozorovanie platí aj vo všeobecnosti.
- Dostávame:

$$S_0 + P_1 - C_1 = K_1 e^{-RT}, \quad (1)$$

$$S_0 + P_2 - C_2 = K_2 e^{-RT}. \quad (2)$$

Odčítaním rovníc (1) a (2) získame:

$$C_2 - C_1 = P_2 - P_1 + (K_1 - K_2)e^{-RT} > P_2 - P_1 + K_1 - K_2. \quad (3)$$

BULL SPREAD

- Ak $S_T < K_1$ p.j., profit držiteľa stratégie s call opciami je $C_2 - C_1$ p.j., kým profit držiteľa stratégie s put opciami je $K_1 - K_2 + P_2 - P_1$ p.j. Čiže profit držiteľa stratégie s call opciami je podľa (3) väčší než profit držiteľa stratégie s put opciami. Keďže $C_2 \leq C_1$, tak strata držiteľa stratégie s call opciami je menšia než strata držiteľa stratégie s put opciami.
- Ak $S_T > K_2$ p.j., profit držiteľa stratégie s call opciami je $K_2 - K_1 + C_2 - C_1$ p.j., kým profit držiteľa stratégie s put opciami je $P_2 - P_1$ p.j. Pretože platí (3), tak profit držiteľa stratégie s call opciami je väčší než profit držiteľa stratégie s put opciami. Keďže $P_2 \geq P_1$, tak ide skutočne o kladný zisk, nie o stratu.
- Z toho zároveň dostávame, že aj pre $K_1 \leq S_T \leq K_2$ je profit držiteľa stratégie s call opciami väčší než profit držiteľa stratégie s put opciami.

BULL SPREAD

- Ak však do porovnávania zapojíme časovú hodnotu peňazí a teda porovnávame ceny k rovnakému dátumu, napr. k času 0, situácia sa zmení.
- Ak $S_T < K_1$ p.j., tak v čase 0 je hodnota stratégie s call opciami rovná $C_2 - C_1$ p.j., kým hodnota stratégie s put opciami je $(K_1 - K_2)e^{-RT} + P_2 - P_1$ p.j. Pretože podľa (3) je $C_2 - C_1 = P_2 - P_1 + (K_1 - K_2)e^{-RT}$, tak obe stratégie majú v čase 0 rovnakú hodnotu.
- Podobne ak $S_T > K_2$ p.j., tak v čase 0 je hodnota stratégie s call opciami rovná $(K_2 - K_1)e^{-RT} + C_2 - C_1$ p.j., kým hodnota stratégie s put opciami je $P_2 - P_1$ p.j. Pretože platí (3), tak v čase 0 majú obe stratégie rovnakú hodnotu.
- Z uvedeného zároveň vyplýva, že obe stratégie sú rovnocenné aj pre $K_1 \leq S_T \leq K_2$.

BEAR SPREAD

- **Bear spread** – stratégia využívajúca nákup európskej put opcie na nejaké podkladové aktívum s určitou dobou splatnosti a nejakou strike price K_2 a predaj európskej put opcie na rovnaké podkladové aktívum a s rovnakou dobou splatnosti, ale s nižšou strike price K_1 .
- Investor očakáva, že cena aktíva poklesne; prípadná strata, ale aj zisk zo stratégie sú ohraničené.
- Označme: P_1 - cena put opcie so strike price K_1 , P_2 - cena put opcie so strike price K_2 .
- Ak v čase splatnosti opcií prekročí cena aktíva strike price K_2 , tj. $S_T > K_2$, tak investor neuplatňuje zakúpenú put opciu a prichádza o zaplatenú opčnú prémiiu P_2 , súčasne si však ponecháva opčnú prémiiu z predaja druhej opcie P_1 ; ak je $S_T \in \langle K_1, K_2 \rangle$, stále nevzniká nárok protistrany na predaj aktíva z predanej opcie a investor si ponecháva opčnú prémiiu za jej predaj a súčasne mu ním zakúpená put opcia dovoľuje predaj za strike price K_2 .

BEAR SPREAD

- Ak v čase splatnosti opcií bude $S_T < K_1$, vzniká nárok na predaj aktíva za cenu K_1 protistranou, čím sa znižuje zisk z predaja aktíva za cenu K_2 a tento rozdiel ostáva konštantný.

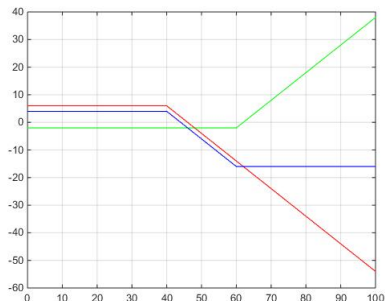
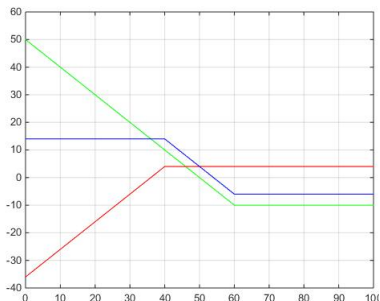
- Výplaty stratégie v čase T sú v nasledujúcej tabuľke:

cena aktíva	$S_T < K_1$	$K_1 \leq S_T \leq K_2$	$S_T > K_2$
výplata	$K_2 - K_1$	$K_2 - S_T$	0

- Profit investora je potom výplata znížená o počiatočnú investíciu $P_2 - P_1$.
- Bear spread stratégia môže tiež využívať kúpu európskej call opcie na nejaké podkladové aktívum s určitou dobou splatnosti a nejakou strike price K_2 a predaj európskej call opcie na rovnaké podkladové aktívum a s rovnakou dobou splatnosti, ale s nižšou strike price K_1 .

BEAR SPREAD

- Profit diagramy bear spread stratégie pre dve put opcie (vľavo) a pre dve call opcie (vpravo):



Obr.: Zelenou - kúpená put (call) opcia, červenou - predaná put (call) opcia, modrou - bear spread, $K_1 = 40$, $K_2 = 60$.

BEAR SPREAD

- Podobne ako pri bull spread stratégii aj pri bear spread stratégii platí, že v absolútnych číslach je profit držiteľa stratégie väčší a strata menšia pri put opciách než pri call opciách.
- Navyše rovnako ako pri bull spread stratégii aj tu by bolo možné ukázať, že ak do porovnávania zapojíme časovú hodnotu peňazí a teda porovnávame hodnoty stratégií k rovnakému dátumu, tak je jedno, či investor využije put alebo call opcie, pretože v takomto prípade je hodnota stratégií rovnaká pre akúkoľvek cenu podkladovej akcie S_T v čase T .

BOX SPREAD

- **Box spread** – je kombináciou bull call spread so strike price K_1 a K_2 a bear put spread s tými istými K_1 a K_2 .
- To znamená, že výplata plynúca z držby takejto kombinácie je v čase T splatnosti všetkých opcií pre všetky možné hodnoty S_T rozdiel $K_2 - K_1$.
- Aby nebola arbitráž, musí byť súčasná hodnota box spread-u rovná $(K_2 - K_1)e^{-RT}$.
- Skutočne je to tak; ak si uvedomíme, že súčasná hodnota box spread-u je: $C_1 - C_2 + P_2 - P_1$ a využijeme put-call paritu, tj. vzťah: $C_i = S + P_i - K_i e^{-RT}$ pre $i = 1, 2$, kde S je hodnota aktíva na začiatku sledovaného obdobia, tak dostaneme, že hodnota box spread-u by mala byť rovná:

$$C_1 - P_1 + P_2 - C_2 = S - K_1 e^{-RT} + K_2 e^{-RT} - S = (K_2 - K_1) e^{-RT}.$$

BUTTERFLY SPREAD

- **Butterfly spread** – zahŕňa kúpu európskej call opcie s relatívne nízkou strike price K_1 , kúpu európskej call opcie s relatívne vysokou strike price K_3 a predaj dvoch európskych call opcií so strike price K_2 ležiacou uprostred intervalu (K_1, K_3) , vo všeobecnosti blízko aktuálnej hodnote aktíva; všetky opcie sú s rovnakou maturitou a na rovnaké podkladové aktívum.
- Je to stratégia vhodná pre investorov, ktorí predpokladajú, že výrazný posun v cene aktíva je nepravdepodobný a skôr príde k malému posunu niektorým smerom.
- Výplaty zo stratégie sa nachádzajú v nasledujúcej tabuľke:

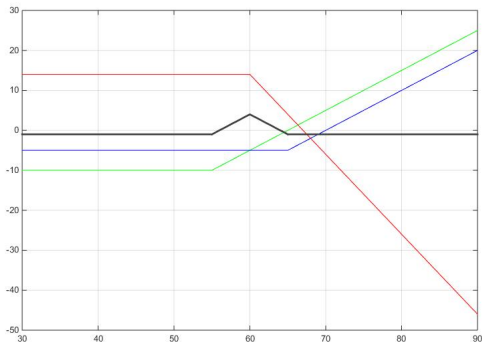
BUTTERFLY SPREAD

cena aktíva	opcia s K_1	opcia s K_3	-2 opcie s K_2	celková výplata
$S_T \leq K_1$	0	0	0	0
$S_T \in (K_1, K_2)$	$S_T - K_1$	0	0	$S_T - K_1$
$S_T \in (K_2, K_3)$	$S_T - K_1$	0	$-2(S_T - K_2)$	$K_3 - S_T$
$S_T > K_3$	$S_T - K_1$	$S_T - K_3$	$-2(S_T - K_2)$	0

- Z tabuľky vidno, že stratégia vypláca na konci splatnosti opcií kladnú hodnotu len v prípade, že $S_T \in (K_1, K_3)$.
- Profit plynúci z držby takejto stratégie je potom znížený o hodnotu počiatočnej investície $C_1 + C_3 - 2C_2$, kde C_i je hodnota call opcie s K_i pre $i = 1, 2, 3$.

BUTTERFLY SPREAD

- Profit diagram butterfly spread stratégie pre call opcie:



Obr.: Zelenou - kúpená call opcia s $K_1 = 55$, modrou - kúpená call opcia s $K_3 = 65$, červenou - predané call opcie s $K_2 = 60$, čiernou - butterfly spread.

BUTTERFLY SPREAD Z PUT OPCÍÍ

- podobne ako pri predchádzajúcich stratégiach je možné zostaviť butterfly spread stratégiu aj z put opcií, konkrétne kúpou európskej put opcie s relatívne nízkou strike price K_1 , kúpou európskej put opcie s relatívne vysokou strike price K_3 a predajom dvoch európskych put opcií so strike price K_2 ležiacou uprostred intervalu (K_1, K_3) , vo všeobecnosti blízkoj aktuálnej hodnote aktíva; všetky opcie sú s rovnakou maturitou a na rovnaké podkladové aktívum.
- S využitím put-call parity sa dá ukázať, že hodnota takéhoto nástroja je presne rovnaká ako pri butterfly spread-e pozostávajúcom z call opcií:

$$P_1 - 2P_2 + P_3 = C_1 - S + K_1e^{-RT} - 2C_2 + 2S - 2K_2e^{-RT} + \\ + C_3 - S + K_3e^{-RT} = C_1 - 2C_2 + C_3,$$

- kde sme využili, že $K_2 = \frac{K_1+K_3}{2}$, a použili značenie ako v predchádzajúcom.