FINANČNÉ DERIVÁTY A ICH OCEŇOVANIE
Oceňovanie forwardových kontraktov

Základy finančníctva

http://matika.elf.stuba.sk/KMAT/ZakladyFinancnictva

FINANČNÉ DERIVÁTY

- Na finančných trhoch sa obchoduje s investičnými nástrojmi:
  1. **základné investičné nástroje** (akcie, dlhopisy; v prípade devízového trhu: peniaze a ich ekvivalenty),
  2. **deriváty** – ich cena alebo výnos sú odvodené (derivované) od základného investičného nástroja,
- sú to teda odvodeniny – deriváty.
- Medzi deriváty zaraďujeme:
  - forwardy,
  - futures,
  - opcie,
  - swapy.

FORWARDOVÝ KONTRAKT

- **Forward (forwardový kontrakt)** – dohoda dvoch strán, v ktorej jedna strana (kupujúci) súhlasí s kúpou podliehajúceho aktíva (z angl. „underlying asset“) alebo tiež objektu kontraktu (môže ním byť: akcia, dlhopis, mena, tovar) od protistrany (predávajúceho) v predpísanom čase v budúcnosti (dátum vypršania kontraktu – „maturity“, „expiry“) za cenu stanovenú v okamihu uzatvorenia kontraktu;
- obe strany v kontrakte veľmi presne špecifikujú podmienky týkajúce sa množstva a kvality podliehajúceho aktíva ako aj spôsob a miesto dodania,
- obe strany sú vystavené riziku, že protistrana podmienky kontraktu nedodrží (kreditné riziko)
- na burze je toto riziko prakticky vylúčené, ale nie je tomu tak, ak sa kontrakt uzatvára na mimoburzovom trhu.

FORWARDOVÝ KONTRAKT

- Uzavretie forwardového kontraktu sa dá chápať aj ako hra – stávka (za presne stanovených podmienok), či bude cena podkladového aktíva v čase vypršania vyššia alebo nižšia, než je cena dohodnutá v kontrakte – z čoho vyplýva, že jedna z protistrán prehrá.
- V časti o dlhopisoch sme sa venovali forwardovým kontraktom, v ktorých bol podkladovým aktívom dlhopis. Takýto forward zaraďujeme medzi úrokové forwardy.
- Poznáme tiež forwardy menové, akciové, komoditné, úverové atď.

FUTURES

- **Futures kontrakty** sa odvíjajú od forwardových kontraktov, na rozdiel od nich však majú veľmi presnú štruktúru a pevne stanovené podmienky, pri ktorých môžu byť uzatvorené;
- obchodujú sa vždy na organizovanej burze a teda protistranou je pri každom obchode burza (je kupujúcim a zároveň predávajúcim), pričom vysporiadanie kontraktu je garantované zúčtovacím centrom – clearing house,
- štruktúra futures transakcií minimalizuje riziko nedodržania podmienok kontraktu,
- na rozdiel od forwardov, pri ktorých vysporiadanie prebehne až v čase maturity, futures kontrakty majú nejaký rozsah doručovacích dátumov a vysporiadanie prebieha denne.

SWAPY

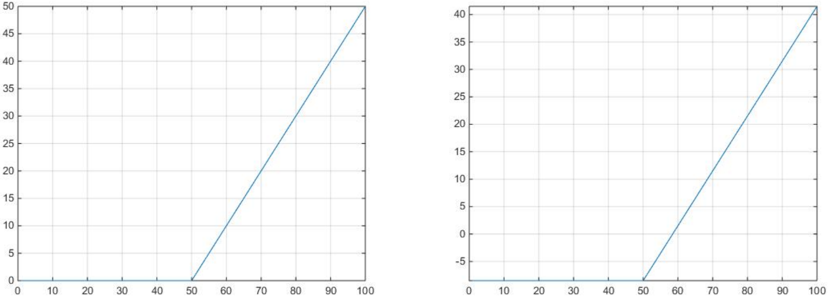
- **Swapy (swapové transakcie)** – dohody dvoch alebo viacerých strán o výmene peňažných tokov počas obdobia v budúcnosti, pričom zvyčajne aspoň jedna protistrana akceptuje, že peňažné toky, ktoré bude platiť, resp. prijímať budú určené na základe vývoja ceny podkladového aktíva (komodita, úroková sadzba, výmenný kurz) v budúcnosti;
- swap je ekvivalentom série forwardových kontraktov,
- najčastejšie sa vyskytujú: úrokové a menové swapy,
- príklad úrokového swapu: spoločnosť súhlasí, že bude platiť úroky z kapitálu pri vopred dohodnutej úrokovej sadzbe za vopred dohodnuté časové obdobie a na oplátku bude prijímať od protistrany platby úrokov z toho istého objemu kapitálu za rovnaké obdobie ale pri plávajúcej úrokovej sadzbe (LIBOR, EURIBOR).

OPCIE

- **Opcia (opčný kontrakt)** – kontrakt, ktorého majiteľ má právo kúpiť (kúpna opcia-call opcia) alebo predať (predajná opcia-put opcia) podkladové aktívum v predpísanom čase (opcia európskeho typu) alebo do predpísaného času (opcia amerického typu) za vopred dohodnutú cenu („strike price“ alebo „exercise price“);
- cena opcie („option premium“) – cena za toto právo,
- medzi vypisovateľmi opcií a ich kupujúcimi existuje obyčajne prostredník – burza a garanciu splnenia podmienok vykonáva clearing house,
- obchoduje sa však s nimi aj na OTC trhu,
- opcie sa obyčajne kupujú v balíku po sto kusoch.

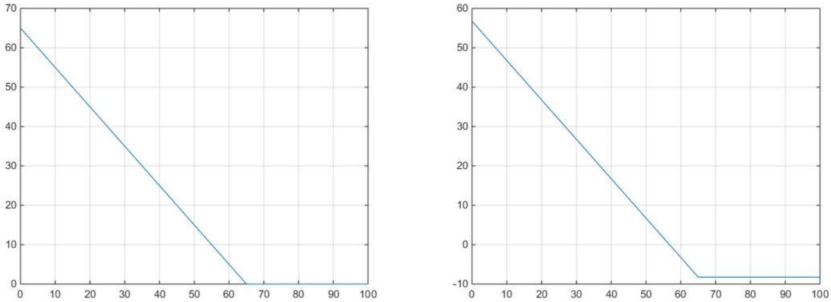
VÝPLATNÝ DIAGRAM

- vyjadruje závislosť hodnoty kontraktu od ceny podkladového aktíva v čase vypršania opcie, resp. realizácie opcie.



Obr.: Payoff a profit diagram pre držiteľa call opcie so strike price \$50 a cenou \$8,5.

VÝPLATNÝ DIAGRAM



Obr.: Payoff a profit diagram pre držiteľa put opcie so strike price \$65 a cenou \$8,25.

FINANČNÉ DERIVÁTY

- Finančné deriváty sú veľmi atraktívnym finančným nástrojom,
- ak má investor záujem vypísať alebo kúpiť nejaký derivát obyčajne ľahko nájde protistranu,
- obchodníkov s derivátmi môžeme rozdeliť do nasledujúcich kategórií:
  - obchodník chrániaci svoju investíciu („hedger"),
  - špekulant („speculator"),
  - obchodník vyhľadávajúci arbitrážne príležitosti („arbitrageur").
- Čo to znamená, si uvedieme na príklade obchodníka s opciami.

OBCHODNÍK REDUKUJÚCI RIZIKO

- Uvažujme klub NHL, za ktorý hráva známy hráč XY,
- aktuálna cena tohto hráča je $\$ 4,5$ mil.
- Pretože vedenie klubu potrebuje peniaze, aby mohlo investovať do výstavby nového tréningového centra a do mladých hráčov s vysokým potenciálom rozvoja hokejových schopností, rozhodne sa hráča na konci sezóny predať,
- obáva sa však, že by sa XY mohol zraniť alebo by jeho forma mohla poklesnúť, čo by znížilo jeho trhovú cenu.
- O služby tohto hráča však prejavuje záujem viacero klubov a tak sa vedenie rozhodne kúpiť put opciu (práva na predaj) na tohto hráča s realizačnou cenou (strike price) vo výške aktuálnej trhovej ceny hráča (tj. $\$ 4,5$ mil.) od jedného z klubov prejavujúcich záujem.

OBCHODNÍK REDUKUJÚCI RIZIKO

- Ak cena hráča na konci sezóny skutočne poklesne, klub má právo predať ho za cenu dohodnutú v kontrakte; ak je cena hráča a poplatok za opciu v súčte menej než $ $4,5$ mil., pre klub znamená tento rozdiel zisk zo zrealizovaného predaja.
- Ak jeho cena vzrastie, klub opciu nezrealizuje (nebude hráča predávať za $ $4,5$ mil., ak jeho cena na trhu je vyššia) a príde o prostriedky vložené do jej nákupu; pretože však cena opcie je obyčajne len zlomkom ceny podkladového aktíva (v tomto prípade hráča XY), stále sa to klubu oplatí.

ŠPEKULATÍVNY NÁKUP OPCIE

- Uvažujme kúpnu opciu na akciu fiktívnej firmy Cergo, ktorej aktuálna cena je \$ 20, s maturitou 2 mesiace a strike price \$ $22,50$.
- Nech cena tejto opcie je \$ 1 a bezriziková úroková sadzba je nulová.
- Špekulant očakáva nárast ceny tejto akcie v období nasledujúcich 2 mesiacov a je rozhodnutý investovať do svojho odhadu \$ 2000.
  1. Jedna jeho možnosť je teraz nakúpiť 100 kusov akcií za cenu \$ 20 a o dva mesiace predať za vyššiu cenu,
  2. druhou možnosťou je nakúpiť 2000 kusov opcií; ak cena akcie potom skutočne narastie na viac ako \$ $22,50$ za kus, tak z opčných kontraktov má právo kúpiť túto akciu za dohodnutú cenu \$ $22,50$ za kus.

ŠPEKULATÍVNY NÁKUP OPCIE

- Nech cena akcie o dva mesiace narastie na \$ 27.
  1. V prípade nákupu 100 kusov akcií je jeho zisk z predaja $100(\$27 - \$20) = \$700$,
  2. v prípade nákupu opcií, zrealizuje nákup 2000 kusov akcií za cenu dohodnutú v kontrakte, ktoré vzápätí predá za trhovú cenu \$ 27; jeho zisk potom činí: $2000(\$27 - \$22,50) - \$2000 = \$7000$.
- Pochopiteľne v prípade poklesu ceny akcie napr. na \$ 15, bude špekulant v strate:
  1. v prvom prípade to bude $100(\$20 - \$15) = \$500$,
  2. v druhom prípade to bude \$ 2000 (za nákup opcií, ktoré nezrealizuje).

ARBITRÁŽNE PRÍLEŽITOSTI

- Arbitráž predstavuje bezrizikovú možnosť kladného zisku obchodovaním súčasne na viacerých trhoch alebo na jednom trhu s nekompatibilnými cenami derivátov, resp. podkladových aktív týchto derivátov,
- objavenie vzniku takejto udalosti však vedie k jej následnému zániku, pretože zvýšený záujem o nákup takýchto aktív alebo derivátov, vedie k zvyšovaniu ich ceny a vyrovnaniu rozdielov (a teda zániku arbitrážnych príležitostí),
- vznik arbitrážnej príležitosti si vysvetlíme na nasledujúcom príklade.

ARBITRÁŽ

- **Príklad:** Uvažujme kúpnu opciu európskeho typu na akciu s realizačnou cenou $K = 60$ p.j., čo je aj aktuálna hodnota akcie. Predpokladajme, že za časové obdobie, na ktoré je vypísaná opcia, hodnota akcie s pp. rovnou $\frac{1}{2}$ vzrastie na hodnotu 100 p.j. alebo s pp. rovnou $\frac{1}{2}$ poklesne na hodnotu 40 p.j. Nech bezriziková úroková miera je za toto obdobie nulová. Ďalej nech hodnota tejto opcie je $V = 15$ p.j. Existuje možnosť arbitráže pre takúto opciu?
- **Riešenie:** Uvažujme, že investor nakúpi 10 kusov akcie a vypíše 15 kusov opcie. Keďže hodnota akcie je 60 p.j. a hodnota opcie 15 p.j., tak investor zaplatí celkovo: $10.60 - 15.15 = 375$ p.j.
- Ak hodnota akcie na konci obdobia bude 100 p.j., tak investor môže zakúpené akcie predať: $10.100 = 1000$ p.j. Pretože vypísal kúpne opcie na tieto akcie, tak súčasne prerobil na opciách $15.(100 - 60) = 600$ p.j. Spolu teda získal: $1000 - 600 = 400$ p.j.

ARBITRÁŽ

- Na druhej strane ak hodnota akcie na konci obdobia klesne na 40 p.j., tak získa predajom akcií len $10.40 = 400$ p.j., ale neprerobí na opciách, pretože ich hodnota bude na konci obdobia nulová (nik si nebude uplatňovať nárok na kúpu akcií za 60 p.j za kus, ak ich trhová hodnota je 40 p.j. za kus).
- Vidíme, že v oboch prípadoch (v prípade nárastu aj v prípade poklesu hodnoty akcie) investor získa 400 p.j. Keďže na začiatku zaplatil 375 p.j. a úroková miera je nulová, tak jeho zisk činí: $400 - 375 = 25$ p.j.
- Investor týmto spôsobom eliminoval neistotu (riziko) ohľadom budúcej ceny akcie a dokázal získať kladný výnos.
- Existuje teda možnosť arbitráže.

OCEŇOVANIE DERIVÁTOV

- Aká by teda mala byť hodnota opcie z predchádzajúceho príkladu?
- Aby sme vylúčili možnosť arbitráže, je nutné požadovať, aby platilo: $10.60 - 15.V = 400$ p.j.
- Z toho: $V = \frac{200}{15} = \frac{40}{3}$ p.j., čo je menej ako spomínaných 15 p.j. za opciu.
- Poznámka: voľbou počtu kusov 10 (pre akcie) a 15 (pre opcie) sa investor vyhol očakávaniam o hodnote derivátu na konci obdobia držania opcie a nemusel brať na zreteľ pravdepodobnosti, s ktorými nastávali jednotlivé možnosti posunu hodnoty akcie – dostal rovnakú výplatu plynúcu z predaja akcií a realizácie opcií, či už hodnota akcie poklesla alebo vzrástla (eliminácia rizika).

TEÓRIA OCEŇOVANIA DERIVÁTOV

- **Predpoklady na oceňovanie:**
  1. vylúčenie arbitráže (podmienka "no arbitrage"),
  2. za aktuálnu cenu je možné kúpiť/predať ľubovolné množstvo podkladového aktíva (aj desatinný počet kusov),
  3. predpokladá sa konštantná úroková miera na obdobie vypísania derivátu pri spojitom úrokovaní,
  4. pri tejto úrokovej miere je možné ľubovoľne veľa požičiavať aj si požičiavať,
  5. predpokladajú sa nulové transakčné náklady a dane,
  6. informácie sú voľne a okamžite dostupné všetkým účastníkom trhu.

OCEŇOVANIE DERIVÁTOV

- schému vývoja hodnoty podkladového aktíva a hodnoty derivátu z predchádzajúceho príkladu môžeme symbolicky vyjadriť nasledujúcim spôsobom:

Hodnota aktíva v čase 0	Hodnota aktíva v čase T	Hodnota derivátu v čase 0	Hodnota derivátu v čase T

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & S_{up} & & & & f_{up} \\
 & \nearrow & & & & \nearrow & \\
S_{now} & & & & f_{now} & & \\
 & \searrow & & & & \searrow & \\
 & & S_{down} & & & & f_{down}
\end{array}
$$

- kde "skok hore"sa udeje s pp. p a "skok dole"s pp. $1 - p$,
- uvažujeme obdobie dĺžky T od času 0 (napr. dnes) po čas T a konštantnú úrokovú sadzbu R na toto obdobie; tzn. 1 p.j. za toto obdobie prinesie držiteľovi dlhopisu e^{RT} p.j.

OCEŇOVANIE DERIVÁTOV

- Predpokladáme, že: $S_{down} < S_{now} \leq S_{now}\mathrm{e}^{RT} < S_{up}$.
- f_{up} označuje hodnotu derivátu v čase T v prípade "skoku nahor" ceny podkladového aktíva a f_{down} označuje hodnotu derivátu v čase T v prípade "skoku nadol" ceny podkladového aktíva.
- Pre kúpnu opciu s realizačnou cenou K takou, že $S_{down} < K < S_{up}$, bude $f_{up} = S_{up} - K$ a $f_{down} = 0$.
- Pre predajnú opciu s realizačnou cenou K takou, že $S_{down} < K < S_{up}$, bude $f_{up} = 0$ a $f_{down} = K - S_{down}$.
- Pre forward s dohodnutou cenou K bude $f_{up} = S_{up} - K$ a $f_{down} = S_{down} - K$ pre kupujúcu stranu.
- Úloha správne oceniť (v duchu podmienky žiadna arbitráž) derivát vlastne znamená pýtať sa na hodnotu derivátu dnes, tj. aké je f_{now}.

OCEŇOVANIE DERIVÁTOV

- Skonštruujme portfólio pozostávajúce z 1 kusu derivátu a $-\Delta$ kusov podkladového aktíva,
- aby sme eliminovali riziko, musí v čase T platiť:

$$f_{up} - \Delta S_{up} = f_{down} - \Delta S_{down}.$$

- Z čoho:

$$\Delta = \frac{f_{up} - f_{down}}{S_{up} - S_{down}}.$$

- Aby sme vylúčili arbitráž, tak:

$$f_{now} - \Delta S_{now} = \mathrm{e}^{-RT}(f_{up} - \Delta S_{up}).$$

- A teda:

$$\begin{aligned} f_{now} &= \Delta S_{now} + \mathrm{e}^{-RT}(f_{up} - \Delta S_{up}) \\ &= \frac{(f_{up} - f_{down})}{(S_{up} - S_{down})} S_{now} + \mathrm{e}^{-RT}\left(f_{up} - \frac{(f_{up} - f_{down})}{(S_{up} - S_{down})} S_{up}\right). \end{aligned}$$

OCEŇOVANIE DERIVÁTOV

- Iný prístup:
- Derivát vieme "vyrobiť" (samofinancovaná stratégia - "self-financing strategy").
- Uvažujme podkladové aktívum, ktorého aktuálna hodnota je S_{now} a diskontný dlhopis na obdobie držania derivátu T, ktorého hodnota dnes je e^{-RT} pri bezrizikovej úrokovej sadzbe R.
- Zostrojme portfólio pozostávajúce z φ kusov aktíva a ψ kusov diskontných dlhopisov s maturitou T také, že $f_{now} = \varphi S_{now} + \psi \mathrm{e}^{-RT}$.
- Počty kusov φ a ψ dostaneme zo sústavy rovníc vyjadrujúcej elimináciu rizika pri pohybe hodnoty aktíva (či už smerom nahor alebo nadol):

$$\begin{aligned} f_{down} &= \varphi S_{down} + \psi, \\ f_{up} &= \varphi S_{up} + \psi. \end{aligned} \tag{1}$$

OCEŇOVANIE DERIVÁTOV

- Vyriešiac sústavu (1), dostaneme:

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{f_{down} S_{up} - f_{up} S_{down}}{S_{up} - S_{down}}, \\ \varphi &= \frac{f_{up} - f_{down}}{S_{up} - S_{down}} \ (= \Delta \text{ z predchádzajúceho}) \end{aligned}$$

- Po dosadení za φ a ψ do rovnice $f_{now} = \varphi S_{now} + \psi \mathrm{e}^{-RT}$ dostaneme:

$$f_{now} = \frac{(f_{up} - f_{down})}{(S_{up} - S_{down})} S_{now} + \mathrm{e}^{-RT} \left(f_{up} - \frac{(f_{up} - f_{down})}{(S_{up} - S_{down})} S_{up} \right).$$

- Portfólio "robí" presne to isté, čo derivát a teda musia byť rovnako ohodnotené. Takéto portfólio sa volá replikačné portfólio, pretože replikuje výplaty derivátu.

OCEŇOVANIE DERIVÁTOV

- Označme $q = \frac{S_{now}\mathrm{e}^{RT} - S_{down}}{S_{up} - S_{down}}$.
- Vďaka predpokladu $S_{down} < S_{now} \leq S_{now}\mathrm{e}^{RT} < S_{up}$ platí, že $q \in (0, 1)$.
- q budeme nazývať riziko-neutrálna pravdepodobnosť.
- Ukážeme, že:

$$f_{now} = \mathrm{e}^{-RT}\left(q f_{up} + (1-q) f_{down}\right). \tag{2}$$

OCEŇOVANIE DERIVÁTOV

- Dosaďme za q, dostaneme:

$$
\begin{aligned}
& \mathrm{e}^{-RT}\left(qf_{up} + (1-q)f_{down}\right) = \\
&= \mathrm{e}^{-RT}\left(\frac{S_{now}\mathrm{e}^{RT} - S_{down}}{S_{up} - S_{down}} f_{up} + \frac{S_{up} - S_{now}\mathrm{e}^{RT}}{S_{up} - S_{down}} f_{down}\right) = \\
&= \mathrm{e}^{-RT}\left(S_{now}\mathrm{e}^{RT}\frac{f_{up} - f_{down}}{S_{up} - S_{down}} + \frac{f_{down}S_{up} - f_{up}S_{down}}{S_{up} - S_{down}}\right) = \\
&= \frac{f_{up} - f_{down}}{S_{up} - S_{down}} S_{now} + \mathrm{e}^{-RT}\left(f_{up} - \frac{(f_{up} - f_{down})}{(S_{up} - S_{down})} S_{up}\right) = f_{now}
\end{aligned}
$$

- Skutočne teda môžeme na výpočet ceny derivátu používať vzťah (2).
- Navyše platí:

$$
qS_{up} + (1-q)S_{down} = S_{now}\mathrm{e}^{RT}. \tag{3}
$$

FORWARD NA AKCIU BEZ DIVIDEND

- V čase T investor s týmto kontraktom musí kúpiť akciu za dohodnutú cenu K.
- Aká by mala byť K, aby hodnota kontraktu dnes bola 0, ak hodnota akcie dnes je S_{now}?
- Hodnota derivátu v čase T bude z pohľadu kupujúceho $S_T - K$, kde S_T - hodnota akcie v čase T.
- Investor vie kontrakt "vyrobiť": predá/emituje K kusov diskontných dlhopisov na obdobie vypísania forwardu T pri bezrizikovej úrokovej sadzbe (keďže hodnota jedného je e^{-RT}, tak dostane $K\mathrm{e}^{-RT}$ p.j.) a kúpi akciu za S_{now} p.j.
- Hodnota portfólia v čase 0 je teda: $S_{now} - K\mathrm{e}^{-RT}$ p.j.
- v čase T bude hodnota akcie S_T a investor ju môže predať; súčasne však musí vyplatiť dlhopisy v celkovej výške K p.j., hodnota portfólia v čase T: $S_T - K$.
- Keďže hodnota kontraktu je v čase 0 nulová, tak, aby nenastala arbitráž, musí platiť: $K = S_{now}\mathrm{e}^{RT}$.

FORWARD NA AKCIU BEZ DIVIDEND

- Hodnota K vo forwardovom kontrakte je teda určená ako:

$$K = S_{now}\mathrm{e}^{RT} \tag{4}$$

- Ak by niekto ponúkal kontrakt s $K < S_{now}\mathrm{e}^{RT}$, investor podpíše a súčasne predá akciu za S_{now} p.j.; za peniaze z jej predaja nakúpi $S_{now}\mathrm{e}^{RT}$ kusov diskontných dlhopisov,
- tie mu v čase T prinesú $S_{now}\mathrm{e}^{RT}$ p.j.,
- keďže $K < S_{now}\mathrm{e}^{RT}$, tak za K p.j. kúpi akciu (ako mu ukladajú podmienky kontraktu) a zvyšok si ponechá (má kladný zisk a akciu, ktorú na začiatku celého procesu predal, má späť) - vznikla arbitrážna príležitosť.

FORWARD NA AKCIU BEZ DIVIDEND

- Ak by niekto ponúkal kontrakt s $K > S_{now}\mathrm{e}^{RT}$, investor nemá záujem, pretože si vie vyrobiť kontrakt s nižšou K.
- Naopak záujem prejaví protistrana - predávajúci v kontrakte.
- Protistrana podpíše a súčasne vypíše/predá $S_{now}\mathrm{e}^{RT}$ kusov diskontných dlhopisov, ktoré jej prinesú S_{now} p.j.
- Za tieto peniaze okamžite kúpi akciu a počká do času T, keď ju predá za cenu K, ako jej určujú podmienky kontraktu. Súčasne má v tomto čase povinnosť vysporiadať nároky držiteľov dlhopisov a teda zaplatiť $S_{now}\mathrm{e}^{RT}$ p.j.
- Pretože $K > S_{now}\mathrm{e}^{RT}$, bez rizika nadobudne kladný zisk, t.j. využije arbitrážnu príležitosť.

FORWARD NA AKCIU BEZ DIVIDEND

- K zo vzťahu (4) dostaneme aj v prípade, že na jeho výpočet použijeme schému jednokrokového oceňovania pomocou binárneho stromu, tj. vzťah (2).
- Vieme, že v prípade forwardového kontraktu máme $f_{up} = S_{up} - K$ a $f_{down} = S_{down} - K$.
- Po dosadení do (2) a s využitím toho, že hodnota kontraktu dnes (v čase 0) má byť nulová, dostaneme:

$$
\begin{aligned}
0 &= f_{now} = \mathrm{e}^{-RT}\left(q(S_{up} - K) + (1-q)(S_{down} - K)\right) = \\
&= \mathrm{e}^{-RT}\left(qS_{up} + (1-q)S_{down} - K\right) = \\
&= \mathrm{e}^{-RT}\left(S_{down} + q(S_{up} - S_{down}) - K\right) = \\
&= \mathrm{e}^{-RT}\left(S_{down} + S_{now}\mathrm{e}^{RT} - S_{down} - K\right) = \\
&= \mathrm{e}^{-RT}\left(S_{now}\mathrm{e}^{RT} - K\right) = S_{now} - K\mathrm{e}^{-RT}
\end{aligned}
$$

- A teda naozaj $K = S_{now}\mathrm{e}^{RT}$.

FORWARD NA MENU

- Nech C_t - výmenný kurz v čase t, napr. $C_0 = C_{now} = \frac{C_{now}€}{\$1}$ $\left(\text{čiže za \$ 1 zaplatím } C_{now}€ \text{ alebo za 1€ dostanem \$}\frac{1}{C_{now}}\right)$.
- Ak v čase 0 má investor C_{now} €, môže ich vložiť na účet pri domácej úrokovej sadzbe R (ekvivalentne nakúpiť dlhopisy) alebo za ne nakúpiť \$ 1, ktorý sa bude úročiť pri zahraničnej úrokovej sadzbe U.
- Po čase T bude mať k dispozícii $C_{now}\mathrm{e}^{RT}$€ alebo \$ e^{UT}.
- Nech K označuje forwardový výmenný kurz dohodnutý dnes (v čase 0) na čas T, potom by malo platiť (aby nebola arbitráž):

$$C_{now}\mathrm{e}^{RT} = K\mathrm{e}^{UT}.$$

- Z čoho:

$$K = C_{now}\mathrm{e}^{(R-U)T}. \tag{5}$$

FORWARD NA MENU

- Podobne, ak použijeme schému jednokrokového oceňovania pomocou binárneho stromu, dostaneme:

$$
\begin{aligned}
0 &= e^{-RT}\left(q(C_{up} - Ke^{UT}) + (1-q)(C_{down} - Ke^{UT})\right) \\
0 &= C_{now} - Ke^{(U-R)T} \qquad (6)
\end{aligned}
$$

- kde sme predpokladali, že výmenný kurz môže zo súčasnej hodnoty narásť na hodnotu C_{up} ("skok hore") alebo poklesnúť na hodnotu C_{down} ("skok dole").
- Z rovnice (6) dostaneme (5).

FORWARDY VŠEOBECNE

- Vo všeobecnosti:

$$K = S_{now} \mathrm{e}^{(R+R_C)T}, \tag{7}$$

- kde R_C reprezentuje mieru (sadzbu) nákladov na uskladnenie podkladového aktíva (môže ísť o nejakú komoditu, napr. pšenicu) a S_{now} je hodnota podkladového aktíva v čase 0,
- pre akcie: $R_C = 0$ (akcie netreba uskladňovať),
- pre meny: $R_C < 0$ (peňažné jednotky v zahraničí sa obyčajne úročia tiež pri kladnej úrokovej sadzbe),
- pre komodity: $R_C > 0$ (uskladnenie dačo stojí).