# CENNÉ PAPIERE
## Dlhopisy

Základy finančníctva

http://matika.elf.stuba.sk/KMAT/ZakladyFinancnictva

# CENNÉ PAPIERE

**Cenný papier** – listina potvrdzujúca majetkové právo vlastníka na určité plnenie voči tomu, kto cenný papier emitoval; sú nositeľom právneho nároku (zdroje je možné vymáhať, ak ich dlžník nevráti).

**Klasifikácia CP:**

- podľa ekonomickej funkcie:
  - CP slúžiace na premenu úspor na kapitál (akcie, obligácie),
  - CP používané v platobnom styku (šeky),
- podľa štatútu dlžníka:
  - štátne CP,
  - CP miest a obcí,
  - súkromné CP,

# KLASIFIKÁCIA CENNÝCH PAPIEROV

- podľa prevoditeľnosti:
  - voľne prevoditeľné (akcie, depozitné certifikáty),
  - s obmedzenou prevoditeľnosťou (zmenky),
  - neprevoditeľné (šeky),
- podľa spôsobu emisie:
  - individuálne CP (zmenky),
  - hromadné CP (akcie, obligácie),
- podľa charakteru dôchodku:
  - CP s pevným výnosom (šeky),
  - CP s premenlivým výnosom (akcie),
- podľa druhu stelesnenia majetkového práva:
  - účastnícke CP (akcie),
  - CP stelesňujúce práva na zaistenie pohľadávky (hypotekárny záložný list),
  - CP stelesňujúce dispozičné práva – konosamenty.

# DLHOPISY

- **Dlhopisy** – vyjadrujú dlžnícky záväzok emitenta voči veriteľovi,
- majú dobu splatnosti, resp. dátum splatnosti ("maturity")
- práva z dlhopisov sa premlčujú po uplynutí 10 rokov odo dňa splatnosti,
- majú presne určené časové rozvrhnutie splátok, úrokov a iných odmien (prémie, zlosovateľné výhry),
- **nominálna hodnota** (ďalej NH) – dlžná suma uvedená v texte dlhopisu.
- **Patria sem**:
  - štátny dlhopis (obligácia),
  - podnikový dlhopis (obligácia),
  - komunálna obligácia,
  - bankový dlhopis (obligácia),
  - zamestnanecká obligácia (neprevoditeľné dlhopisy na meno vydávané výlučne pre súčasných alebo minulých zamestnancov).

# NÁLEŽITOSTI DLHOPISU

**Náležitosti dlhopisu:**

1. označenie emitenta
2. názov dlhopisu a jeho číselné označenie
3. NH dlhopisu
4. spôsob stanovenia úroku, ďalších výplat
5. prehlásenie emitenta, že dlží NH majiteľovi dlhopisu
6. záväzok emitenta splatiť NH majiteľovi dlhopisu
7. v prípade dlhopisu na meno – meno majiteľa
8. dátum vydania
9. odtlačok podpisov predstaviteľov emitenta
10. povolenie k emisii

# DLHOPISY

- dlhopisy môžu znieť:
  - na meno (prevoditeľné rubopisom, neprevoditeľné),
  - na majiteľa (prevod iba odovzdaním),
- dlhopisy môžu byť:
  - bezkupónové (zero coupon bonds),
  - kupónové (coupon bonds),
- dlhopisy ďalej delíme:
  - so zárukou (majetok emitenta, záruka iného subjektu),
  - bez záruky,
- dlhopis má dve časti:
  1. vlastný dlžný úpis (plášť),
  2. kupónový hárok s talónom,
- v súčasnosti - **registrované dlhopisy**, tj. majiteľ je u emitenta registrovaný a ten mu zasiela úroky na účet.

# DLHOPISY

- Ekonomická teória považuje štátne dlhopisy za bezrizikové cenné papiere, pretože pri nich existuje garancia splatenia dlhopisu vypisovateľom.
- Úrokové sadzby spojené so štátnymi dlhopismi vypísanými na isté obdobie preto nazývame bezrizikovými úrokovými sadzbami.
- Výška bezrizikových úrokových sadzieb závisí na dobe splatnosti dlhopisu, obyčajne bývajú vyššie pri dlhopisoch vypísaných na dlhšie časové obdobia.
- Avšak aj výška úrokovej sadzby na konkrétne obdobie kolíše v čase, tj. jej hodnota závisí aj od dátumu vypísania dlhopisu.
- V ďalšom budeme predpokladať iba nezáporné úrokové sadzby, ak nebude povedané inak.

# OCEŇOVANIE DLHOPISOV

- Aká bude súčasná hodnota $B_n$ bezkupónového dlhopisu, ktorého NH je rovná $F$ p.j. splatná za $n$ rokov odo dnes?
- Uvažujme zložené úrokovanie raz ročne.
- Nech $r_n$ označuje ročnú (nominálnu) úrokovú sadzbu na obdobie $n$ rokov.
- Pretože predpokladáme čas vypísania dlhopisu práve teraz (rovný 0 rokov), hodnota $r_n$ závisí iba od $n$.
- Potom:

$$B_n = \frac{F}{(1 + r_n)^n} \tag{1}$$

- Pri známej súčasnej hodnote takéhoto dlhopisu môžeme diskrétnu úrokovú sadzbu $r_n$ na obdobie $n$ rokov vypočítať zo vzťahu:

$$r_n = \sqrt[n]{\frac{F}{B_n}} - 1 \tag{2}$$

# HODNOTA BEZKUPÓNOVÉHO DLHOPISU

- Uvažujme spojité úrokovanie.
- Nech $R(T_0, T)$ - spojitá úroková sadzba na obdobie od času $T_0$ do času $T$.
- Potom súčasná hodnota dlhopisu emitovanom v čase $T_0$ s dátumom splatnosti v čase $T$ je:

$$B(T_0, T) = F\mathrm{e}^{-R(T_0,T)(T-T_0)}, \tag{3}$$

- kde $T - T_0$ predstavuje dobu splatnosti dlhopisu, tj. časový rozdiel medzi dátumom splatnosti a dátumom emitácie dlhopisu.
- Pri známej súčasnej hodnote takéhoto dlhopisu môžeme spojitú úrokovú sadzbu $R(T_0, T)$ na obdobie $T - T_0$ vypočítať zo vzťahu:

$$R(T_0, T) = \frac{\ln F - \ln B(T_0, T)}{T - T_0} \tag{4}$$

# HODNOTA BEZKUPÓNOVÉHO DLHOPISU

- Uvažujme spojité úrokovanie a bezkupónový dlhopis s dobou splatnosti $n$ rokov a NH rovnou $F$ p.j.
- Nech $T_0 = 0$ a $R_n = R(0, n)$ je spojitá úroková sadzba na obdobie $n$ rokov.
- Potom súčasná hodnota dlhopisu emitovanom v čase 0 s dátumom splatnosti v čase $n$ rokov musí byť

$$B(0, n) = B_n,$$

  tj. rovnaká ako v (1) bez ohľadu na to, či sa úrokuje diskrétne alebo spojito.
- Úroková sadzba $R_n$ musí spĺňať:

$$R_n = \ln(1 + r_n)$$

- Potom skutočne:

$$B(0, n) = F\mathrm{e}^{-nR_n} = F\mathrm{e}^{\ln(1+r_n)^{-n}} = \frac{F}{(1 + r_n)^n} = B_n$$

# DISKONTNÝ DLHOPIS

- **Diskontný dlhopis** (discount bond) je taký dlhopis, ktorého $F = 1$ p.j.
- Jeho súčasná hodnota:

$$P_n = \frac{1}{(1 + r_n)^n}, \tag{5}$$

- ak uvažujeme zložené úrokovanie raz ročne a dobu splatnosti $n$ rokov, resp.:

$$P(T_0, T) = \mathrm{e}^{-R(T_0,T)(T-T_0)}, \tag{6}$$

- ak úročíme spojite v období od času $T_0$ do času $T$.
- Hodnota dlhopisu s NH vo výške $F$ je potom:

$$B_n = FP_n, \tag{7}$$

- resp.

$$B(T_0, T) = FP(T_0, T) \tag{8}$$

# DISKONTNÝ DLHOPIS

- Zo vzťahu (6), resp. (3) vyplýva:

$$P(T, T) = 1 = P(T_0, T_0),$$

- resp.:

$$B(T, T) = F = B(T_0, T_0)$$

- Teda súčasná hodnota dlhopisu, ktorý je splatný práve teraz, je rovná jeho NH.
- Zo vzťahu (6) ďalej vyplýva:

$$R(T_0, T) = -\frac{\ln P(T_0, T)}{(T - T_0)},$$

- teda úrokové sadzby vykazujú v každom okamihu istú časovú štruktúru determinovanú dlhopismi na trhu, alias ich hodnota závisí na dobe splatnosti dlhopisu a pre rôzne doby splatnosti býva rôzna.

# ARBITRÁŽNA PRÍLEŽITOSŤ

- fixujme $T_0$ - napr. dnes,
- uvažujme dva diskontné dlhopisy $A$, $B$, ktorých dátumy splatnosti sú $T_A$, resp. $T_B$, pričom $0 < T_A < T_B$ (a teda $T_A - T_0 < T_B - T_0$),
- nech $P(T_0, T_A)$ označuje súčasnú hodnotu dlhopisu $A$ a nech $P(T_0, T_B)$ označuje súčasnú hodnotu dlhopisu $B$,
- potom by malo platiť: $P(T_0, T_A) \geq P(T_0, T_B)$.
- Nech by to nebola pravda, tj. platí:

$$P(T_0, T_A) < P(T_0, T_B), \tag{9}$$

- potom v čase $T_0$ možno kúpiť dlhopis $A$ a predať (emitovať) dlhopis $B$,
- pri predpoklade (9), tak je možné v čase $T_0$ získať $P(T_0, T_B) - P(T_0, T_A) > 0$ p.j.,
- držiteľ takéhoto portfólia dlhopisov potom v čase $T_A$ obdrží 1 p.j. a v čase $T_B$ (väčšom ako $T_A$) zaplatí práve 1 p.j.

# ARBITRÁŽNA PRÍLEŽITOSŤ

- Bez rizika sa dá vyrobiť z 0 p.j. kladný zisk, ktorý je možné zmnohonásobiť zopakovaním stratégie pre veľké počty dlhopisov (napr. $10^6$ kusov).
- Toto sa nazýva **arbitráž**.
- Všetky rozumné oceňovania by mali rešpektovať princíp:

  ŽIADNA ARBITRÁŽ

  (NO ARBITRAGE, NO FREE LUNCH)
- Je to princíp, ktorý vracia ceny naspäť. V súvislosti s predchádzajúcicm príkladom, ak by nastalo $P(T_0, T_A) < P(T_0, T_B)$, tak by trh zareagoval prepadom ceny dlhopisu $B$ (nepredával by sa) a naopak cena dlhopisu $A$ by vzrástla vďaka jeho zvýšenému predaju.
- Takže súčasná hodnota diskontného dlhopisu je pri fixnom $T_0$ nerastúcou funkciou maturity $(T - T_0)$.

# HODNOTA DISKONTNÉHO DLHOPISU

- fixujme teraz $T$ a sledujme ako sa vyvíja hodnota diskontného dlhopisu s meniacim sa $T_0$,
- aby tento vývoj korešpondoval s predchádzajúcim tvrdením a totiž, že hodnota diskontných dlhopisov s dlhšou maturitou nie je vyššia ako hodnota diskontného dlhopisu s kratšou maturitou, tak $P(T_0, T)$ musí byť neklesajúcou funkciou $T_0 \leq T$
- v tomto prípade sa však môžu vyskytnúť krátkodobé poklesy hodnoty dlhopisu súvisiace s nárastom úrokovej miery

# KUPÓNOVÉ DLHOPISY

- **kupónové dlhopisy** - vyplácajú okrem NH na konci doby splatnosti aj pravidelný kupón počas doby splatnosti určený ako percentá z NH dlhopisu.
- Nech dlhopis vypláca raz ročne pravidelný kupón vo výške $C = cF$, kde $c \in \langle 0, 1)$ je ročná kupónová sadzba. Aká je súčasná hodnota takéhoto dlhopisu, keď NH je rovná $F$ a doba splatnosti je $n$ rokov?
- ak uvažujeme zložené (v ďalšom diskrétne) úrokovanie, tak súčasná hodnota takéhoto dlhopisu je:

$$V_n = \sum_{t=1}^{n} \frac{C}{(1+r_t)^t} + \frac{F}{(1+r_n)^n} = c \sum_{t=1}^{n-1} B_t + (1+c)B_n \quad (10)$$

- všeobecne, ak hotovostné toky prichádzajúce v každom roku majú rôznu výšku, tak súčasná hodnota bude:

$$V = \sum_{t=1}^{n} \frac{C_t}{(1+r_t)^t}$$

# KUPÓNOVÉ DLHOPISY

- Uvažujme spojité úrokovanie, pričom platby prichádzajú v časoch $T_0 < T_1 < T_2 < \ldots < T_n = T$, kde $T_i = T_0 + i\Delta$ pre $i = 1, 2, \ldots, n$ (teda $\Delta$ označuje periódu vyplácania kupónu).
- Nech dlhopis v každom čase $T_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$, vypláca kupón vo výške $\Delta C$, kde $C = cF$ s $c \in \langle 0, 1)$.
- Potom súčasnú hodnotu takéhoto dlhopisu vypočítame ako:

$$V(T_0, T) = \sum_{i=1}^{n} \Delta C \mathrm{e}^{-R(T_0,T_i)(T_i - T_0)} + F\mathrm{e}^{-R(T_0,T_n)(T_n - T_0)} \tag{11}$$

- alebo s využitím vzťahu (6) na výpočet hodnoty diskontovaného dlhopisu ako:

$$V(T_0, T) = \sum_{i=1}^{n} \Delta C P(T_0, T_i) + F P(T_0, T_n) \tag{12}$$

# SÚČASNÁ HODNOTA

- vo všeobecnosti, ak z držby dlhopisu plynie v čase $T_i$ výplata (finančný tok) $C_i$, tak prítomná hodnota takéhoto dlhopisu je:

$$V(T_0, T) = \sum_{i=1}^{n} C_i \mathrm{e}^{-R(T_0,T_i)(T_i - T_0)} = \sum_{i=1}^{n} C_i P(T_0, T_i).$$