

DOMÁCA ÚLOHA č. 2

a) Majme trh s nasledujúcimi dlhopismi:

Dlhopis	Cena	Splatnosť	Kupón(ročne)	Nominálna hodnota
A	4980	2 roky	0	5000
B	2680	2 roky	4 %	2500
C	1223	3 roky	10 %	1000

Uvažujte, že na tomto trhu sa nachádza bezkupónový dlhopis D s nominálnou hodnotou 11000 p.j. a trojročnou dobou splatnosti, ktorého cena je 10830 p.j. Ukážte, že dlhopis D nie je cenovo kompatibilný s ostatnými dlhopismi na tomto trhu a teda je možné vytvoriť arbitrážnu príležitosť. Nájdite ju a popíšte, ako by na nej mohol investor zbohatnúť. Aká by mala byť bezarbitrážna súčasná hodnota (cena) dlhopisu D? (6 b.)

Riešenie:

Skutočne existuje možnosť arbitráže.

Dlhopis D možno „vyskladať“ ako portfólio pozostávajúce z ostatných dlhopisov na trhu. Nech a označuje počet kusov dlhopisu A, b počet kusov dlhopisu B a c počet kusov dlhopisu C v portfóliu. Ak je počet kusov dlhopisu kladné číslo, dlhopisy do portfólia investor nakupuje, ak je toto číslo menšie ako nula, tak dlhopisy v príslušnom počte vypisuje a predáva.

Takéto portfólio má v čase 0 cenu $(4980a + 2680b + 1223c)$ p.j. Finančné toky plynúce z držby portfólia v nasledujúcich rokoch sa nachádzajú v tabuľke:

dlhopis \ rok	1	2	3
A	0 p.j.	5000a p.j.	0 p.j.
B	100b p.j.	2600b p.j.	0b p.j.
C	100c p.j.	100c p.j.	1100c p.j.
D	0 p.j.	0 p.j.	11000 p.j.

Finančné toky plynúce z držby portfólia musia byť v každom roku rovnaké, ako je tomu pri dlhopise D (posledný riadok tabuľky). Aby teda investor dosiahol to, že portfólio „robí“ to isté, čo dlhopis D, musí platiť:

$$\begin{aligned} 100(b + c) \text{ p.j.} &= 0 \text{ p.j.} \\ 5000a + 2600b + 100c \text{ p.j.} &= 0 \text{ p.j.} \\ 1100c \text{ p.j.} &= 11000 \text{ p.j.} \end{aligned}$$

Z toho získame:

$$a = 5, b = -10, c = 10.$$

Hodnota portfólia v čase 0 je teda rovná

$$(4980a + 2680b + 1223c) \text{ p.j.} = (24900 - 26800 + 12230) \text{ p.j.} = 10330 \text{ p.j.}$$

Dlhopis D sa predáva za 10830 p.j., čo je viac než vypočítaná cena portfólia, preto za účelom dosiahnutia arbitráže stačí emitovať a predáť ľubovoľný počet (resp. akýkoľvek počet) kusov d z dlhopisu D a zopakovať predošlú stratégiu, t.j. kúpiť $5d$ kusov dlhopisu A, predáť $10d$ kusov dlhopisu B a kúpiť $10d$ kusov dlhopisu C.

Pre jednoduchosť nech napr. $d = 1$, potom bilancia je v nasledujúcej tabuľke:

dlhopis \ rok	0	1	2	3
A	-24900 p.j.	0 p.j.	25000 p.j.	0 p.j.
B	26800 p.j.	-1000 p.j.	-26000 p.j.	0 p.j.
C	-12230 p.j.	1000 p.j.	1000 p.j.	11000 p.j.
D	10830 p.j.	0 p.j.	0 p.j.	-11000 p.j.
cash flow	500 p.j.	0 p.j.	0 p.j.	0 p.j.

Predchádzajúca stratégia umožňuje investorovi v čase 0 nadobudnúť kladný výnos 500 p.j., pričom v nasledujúcich rokoch sa finančné toky vynulujú. Udeje sa tak bez toho, aby investor v čase 0 čokoľvek investoval zo svojho a navyše touto stratégiou eliminuje riziko možných budúcich strát.

Aby nevznikla arbitráž na tomto trhu, súčasná hodnota dlhopisu D na tomto trhu by mala byť rovnaká ako hodnota replikačného portfólia v čase 0, teda 10330 p.j.

b) Určte výnosovú sadzbu (mieru trhovej kapitalizácie) r akcie, ktorej súčasná hodnota (cena) je $P_0 = 100$ p.j. a ktorá budúci rok (teda v roku 1) vypláca dividendu vo výške $D_1 = D = 4$ p.j., pričom sa predpokladá, že miera (rýchlosť) rastu dividendy v nasledujúcich rokoch bude $g = 0,03$. (4 b.)

Riešenie:

Vychádzajúc zo vzťahu na výpočet ceny akcie $P_0 = \frac{D}{r-g}$ dostávame:

$$r = g + \frac{D}{P_0} = 0,03 + \frac{4 \text{ p.j.}}{100 \text{ p.j.}} = 0,07.$$

c) Uvažujte trh s dvoma rizikovými cennými papiermi α, β takými, že ich očakávané výnosové percentá (výnosnosti) a smerodajné odchýlky (rizikosti) sú nasledujúce:

	výnosnosť	rizikovosť
Cenný papier α	$r_\alpha = 5$	$\sigma_\alpha = 2$
Cenný papier β	$r_\beta = 8$	$\sigma_\beta = 3$

Nech korelačný koeficient výnosových mier cenných papierov α, β je $\rho_{\alpha\beta} = -1$. Vypočítajte kovarianciu $\sigma_{\alpha\beta}$ výnosových mier cenných papierov α a β . Zistite výnosnosť r a rizikovosť σ portfólia pozostávajúceho z cenných papierov α, β , ak váha cenného papiera β v portfóliu $x_\beta = 0,4$ a súčet váh dáva hodnotu 1. Rozhodnite, či je takéto portfólio arbitrážne. (5 b.)

Riešenie:

Ak $\rho_{\alpha\beta} = -1$, potom kovariancia $\sigma_{\alpha\beta}$ výnosových mier cenných papierov α, β :

$$\sigma_{\alpha\beta} = \rho_{\alpha\beta}\sigma_\alpha\sigma_\beta = -1 \cdot 2 \cdot 3 = -6,$$

kde odpoveď je uvádzaná v percentách na druhú.

Keďže $x_\beta = 0,4$ a $x_\alpha + x_\beta = 1$, tak

$$x_\alpha = 1 - x_\beta = 0,6.$$

Pretože výnosnosť portfólia r dostaneme zo vzťahu:

$$r = x_\alpha r_\alpha + x_\beta r_\beta,$$

tak $r = 0,6 \cdot 5 + 0,4 \cdot 8 = 6,2\%$.

Vychádzajúc zo vzťahu pre rizikovosť portfólia:

$$\sigma = \sqrt{x_\alpha^2 \sigma_\alpha^2 + 2\sigma_{\alpha\beta} x_\alpha x_\beta + x_\beta^2 \sigma_\beta^2}$$

máme:

$$\sigma = \sqrt{4(0,6)^2 - 12(0,6)(0,4) + 9(0,4)^2} = \sqrt{(2(0,6) - 3(0,4))^2} = |0,12 - 0,12| = 0\%.$$

Portfólio poskytuje kladnú výnosnosť pri nulovej rizikivosti a preto je to arbitrážne portfólio.