

Na plánované predstavenie sa omylom predalo 120 lístkov, lenže kapacita siene je 99. Tútor podujatia rozhodol, že jeho začiatok sa cielene omešká a snád' sa niekoľko ľudí naštvie a odíde. Trpezlivosť diváka, čiže jeho ochota počkať x minút (potom to zabalí), je daná funkciou hustoty

$$f(x) = 1.004^{-(x-k)^2}/m \quad \text{na intervale } [0,3k], \text{ kde } k=30$$

a) Doplníte konštantu m podľa vlastného zodpovedného uváženia.

Konštantu m musíme zvolit' tak, aby integrál funkcie f mal na danom intervale hodnotu 1. Až vtedy je funkcia f dobre definovanou funkciou hustoty.

```
>> f = inline('1.004.^(-(x-30).^2)');
>> format long e
>> m = quad(f,0,90)
           m = 2.794986749439160e+001
>> f = inline('1.004.^(-(x-30).^2)/27.94986749439160');
```

b) Aká je stredná hodnota diváckej trpezlivosti? (v minútach)

Odpoveď získame použitím základného vzorca na výpočet strednej hodnoty (spojitý variant):

```
>> fx = inline('x.*1.004.^(-(x-30).^2)/27.94986749439160');
>> EX=quad(fx,0,90)
           EX = 3.012332373832060e+001
```

c) Aká je šanca, že oneskorenie začiatku predstavenia o $(k-10)$ minút spôsobí odchod aspoň 21 divákov?

Oneskorenie o 20 minút z pohľadu diváka jednotlivca znamená

```
>> p = quad(f,0,20)
           p = 1.827826276923697e-001
```

okolo 18% pravdepodobnosť toho, že sa za ten čas zbalí a odíde. Pravdepodobnosť odchodu aspoň 21 divákov zo 120 (a teda šanca, že problém nadbytočných lístkov sa vyrieši prirodzenou selekciou) sa vypočíta podľa binomického rozdelenia. Aspoň 21 divákov znamená 21, 22, 23, ... alebo 120. Bude azda o niečo úspornejšie klásť otázku najprv opačne – aká je pravdepodobnosť, že odíde najviac 20 divákov – tj. 0,1,2 ... alebo 20? Pravdepodobnosť, že neodíde nikto, je

```
>> s0=(1-p)^120
           s0 = 3.023505956604391e-011
```

Najviac 20 ľudí:

```
>> S=s0; s=s0; for k=1:20, s=s/(1-p)*p*(120-k+1)/k; S=S+s; end, S
```

```
S = 3.759886902486426e-001
```

Aspoň 21 ľudí teda odíde s pravdepodobnosťou asi 62 percent.

>> P21plus=1-S

P21plus = 6.240113097513574e-001

d) Najmenej o koľko (diskrétne v celých minútach) sa musí začiatok omeškať, aby sa na 99% všetci, čo neušli, pomestili?

Otázka sa stále týka počtu 21 a viac. Môžeme použiť predošlý výpočet 1-S, budeme však hýbať hodnotou p. Odpoveď hľadáme v celých minútach, čo nám umožňuje vyhnúť sa komplikovanejším výpočtom a stačí nám hľadať skusmo. Videli sme, že 20 minút je málo – skúsme 30:

>> p=quad(f,0,30), s0=(1-p)^120; S=s0; s=s0; for k=1:20, s=s/(1-p)*p*(120-k+1)/k; S=S+s; end, 1-S

p = 4.981559983606417e-001
ans = 9.999999999999629e-001

To už bohato stačí a možno je to až priveľa, skúsme hľadať optimálny výsledok – najnižší celominútový čas, ktorý splní požadovaný cieľ. Skúšať budeme rôzne časové hodnoty, ktorých poradie budeme voliť zhruba tak, ako sa to deje pri bisekcii:

>> p=quad(f,0,25), s0=(1-p)^120; S=s0; s=s0; for k=1:20, s=s/(1-p)*p*(120-k+1)/k; S=S+s; end, 1-S

p = 3.250414479363958e-001
ans = 9.999284068124452e-001

>> p=quad(f,0,23), s0=(1-p)^120; S=s0; s=s0; for k=1:20, s=s/(1-p)*p*(120-k+1)/k; S=S+s; end, 1-S

p = 2.631223100040215e-001
ans = 9.914275669585271e-001

>> p=quad(f,0,22), s0=(1-p)^120; S=s0; s=s0; for k=1:20, s=s/(1-p)*p*(120-k+1)/k; S=S+s; end, 1-S

p = 2.345451296802308e-001
ans = 9.541156235365187e-001

Takže 23 minút stačí, ale 22 je málo. Odpoveďou je 23 minút.

```
*****  
*****  
*****  
*****  
*****  
*****  
*****
```