

Príklad.

Známky z matematiky a z angličtiny študentov istej triedy istého gymnázia.

(1,1), (1,1), (1,2), (1,2), (1,2), (1,2), (1,3), (1,3),
(1,3), (1,3), (2,2), (2,2), (2,2), (2,2), (2,3), (2,3),
(2,3), (2,4), (3,2), (3,3), (3,3), (3,3), (3,4), (3,5),
(4,3)

Početnosti výskytu jednotlivých známok v triede

a \ m	1	2	3	4	5	
1	2	4	4	0	0	10
2	0	4	3	1	0	8
3	0	1	3	1	1	6
4	0	0	1	0	0	1
5	0	0	0	0	0	0
	2	9	11	2	1	25

Dátový súbor budeme teraz interpretovať ako pravdepodobnostný priestor a známky z angličtiny a z matematiky ako dvojrozmerný náhodný vektor.

Experiment: Náhodný výber žiaka z triedy.

Náhodný vektor X, Y : Známky náhodne vybraného žiaka z matematiky (X) a z angličtiny (Y).

Pravdepodobnosti $P(X = i, Y = j)$

$i, j = 1, 2, 3, 4, 5$

$Y \setminus X$	1	2	3	4	5	
1	0,08	0,16	0,16	0	0	0,4
2	0	0,16	0,12	0,04	0	0,32
3	0	0,04	0,12	0,04	0,04	0,24
4	0	0	0,04	0	0	0,04
5	0	0	0	0	0	0
	0,08	0,36	0,44	0,08	0,04	1

Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že náhodne vybraný študent

- a) má z matematiky lepšiu známku ako 3,
- b) má z matematiky lepšiu známku ako z angličtiny,
- c) má priemer známok z matematiky a z angličtiny horší ako 3,

Vypočítajte

- d) strednú hodnotu známok z matematiky
- e) strednú hodnotu známok z angličtiny
- f) smerodajnú odchýlku známok z matematiky,
- g) smerodajnú odchýlku známok z angličtiny,
- h) korelačný koeficient známok z matematiky a z angličtiny.

Riešenie:

$$\text{a) } P(X < 3) = 0,08 + 0,36 = 0,44$$

$$\text{b) } P(X < Y) = 0,04 + 0,4 = 0,08$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P((X + Y)/2 > 3) &= 0,04 + 0,04 + 0,04 = \\ &= 0,12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } E(X) &= 1 \cdot 0,08 + 2 \cdot 0,36 + 3 \cdot 0,44 + 4 \cdot 0,08 + \\ &+ 5 \cdot 0,04 = 2,64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } E(Y) &= 1 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,32 + 3 \cdot 0,24 + 4 \cdot 0,04 = \\ &= 1,92 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \sqrt{\text{var}(X)} &= \sqrt{(E(X^2) - E^2(X))} = \sqrt{(1^2 \cdot 0,08 + \\ &+ 2^2 \cdot 0,36 + 3^2 \cdot 0,44 + 4^2 \cdot 0,08 + \\ &+ 5^2 \cdot 0,04 - 2,64^2)} = \sqrt{0,7904} = \\ &= 0,8890 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } \sqrt{\text{var}(Y)} &= \sqrt{(E(Y^2) - E^2(Y))} = \sqrt{(1^2 \cdot 0,4 + \\ &+ 2^2 \cdot 0,32 + 3^2 \cdot 0,24 + 4^2 \cdot 0,04 + \\ &- 2,64^2)} = \sqrt{0,7936} = 0,8908 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } \rho(X, Y) &= \text{cov}(X, Y) / \sqrt{(\text{var}(X)\text{var}(Y))} = (E(XY) - \\ &- E(X)E(Y)) / \sqrt{(\text{var}(X)\text{var}(Y))} = \\ &(1 \cdot 1 \cdot 0,08 + 1 \cdot 2 \cdot 0,16 + 1 \cdot 3 \cdot 0,16 + \\ &2 \cdot 2 \cdot 0,16 + 2 \cdot 3 \cdot 0,12 + 2 \cdot 4 \cdot 0,04 + \\ &3 \cdot 2 \cdot 0,04 + 3 \cdot 3 \cdot 0,12 + 3 \cdot 4 \cdot 0,04 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 3.5.0,04 + 4.3.0,04 - \\ & 2,64.1,92) / \sqrt{(0,7904.0,7936)} = \\ & 0,3712 / 0,7920 = 0,4687 \end{aligned}$$