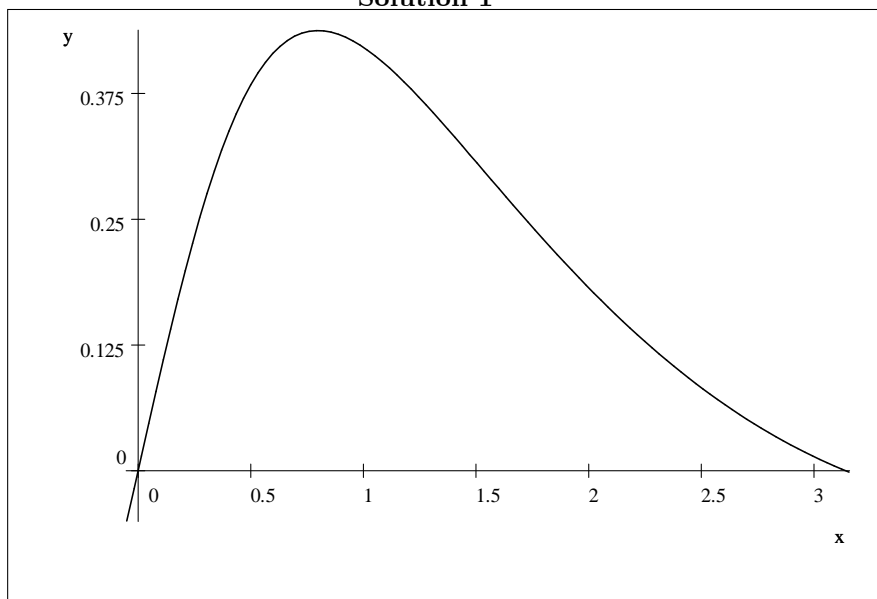


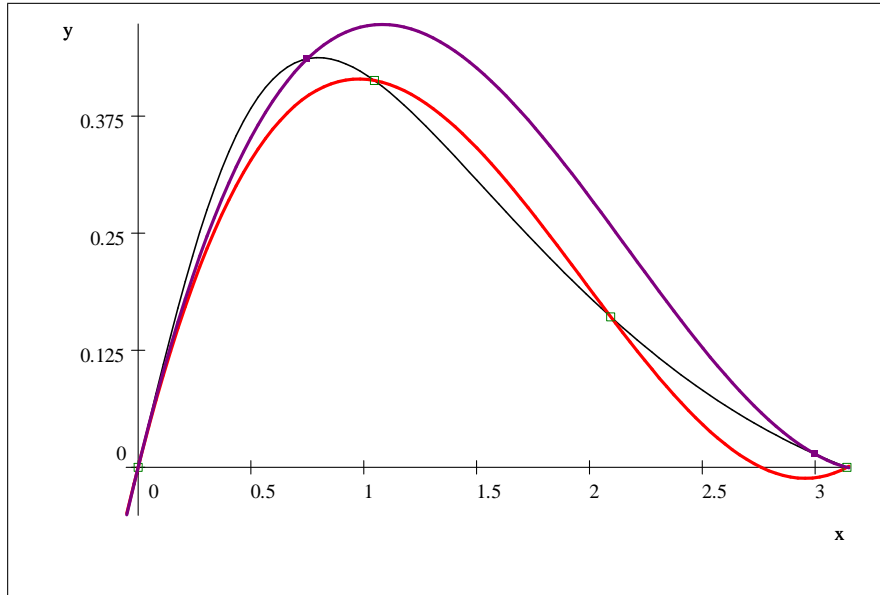
1. Cvičenie 11.10.2018

2. Načrtnite graf funkcie $f(x) = \frac{x}{(1+x^2)}$ v intervale $0 \leq x \leq 3$. Vyberte štyri body na grafe a po konštrukcii polynómu, ktorý prechádza cez všetky tieto body výsledok porovnajte s originálnou funkciou.

3. Načrtnite graf funkcie $f(x) = \frac{\sin x}{(1+x^2)}$ v intervale $0 \leq x \leq \pi$. Vyberte štyri body na grafe a po konštrukcii polynómu, ktorý prechádza cez všetky tieto body výsledok porovnajte s originálnou funkciou.

Solution 1





Body vybraté prvýkrát: $(0, 0)$, $(1.0472, 0.41306)$, $(2.0944, 0.16078)$, $(3.1416, -6.7586 \times 10^{-7})$

$$P(x) = \sum_{k=1}^n L_k(x)y_k, \text{ kde } L_k(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_{k-1})(x-x_{k+1})\dots(x-x_n)}{(x_k-x_1)(x_k-x_2)\dots(x_k-x_{k-1})(x_k-x_{k+1})\dots(x_k-x_n)}$$

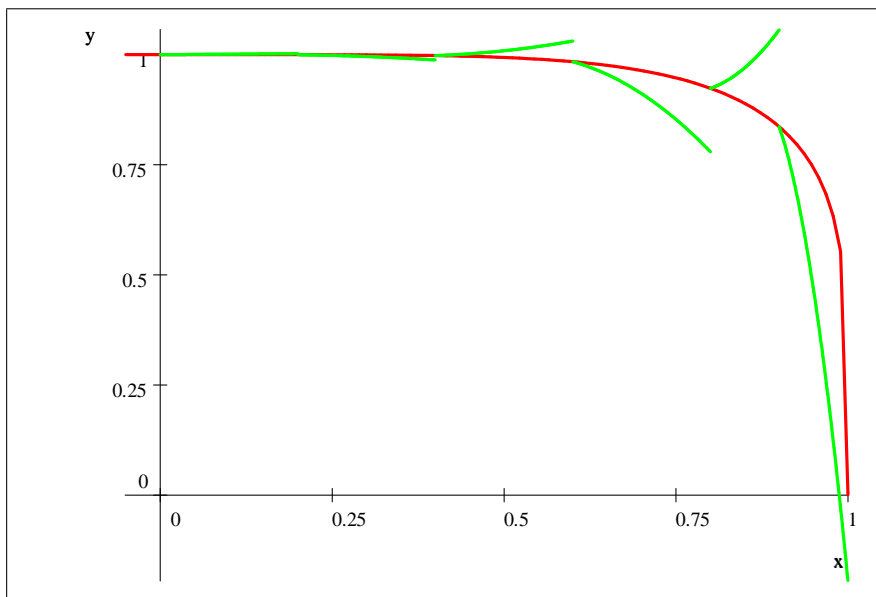
$$\begin{aligned} P(x) &= \frac{(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)}y_1 + \frac{(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)}y_2 + \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)}y_3 + \\ &\frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_4-x_1)(x_4-x_2)(x_4-x_3)}y_4 \\ &= \frac{x(x-2.0944)(x-3.1416)}{1.0472(1.0472-2.0944)(1.0472-3.1416)}0.41306 + \frac{x(x-1.0472)(x-3.1416)}{2.0944(2.0944-1.0472)(2.0944-3.1416)}0.16078 + \\ &\frac{x(x-1.0472)(x-2.0944)}{3.1416(3.1416-1.0472)(3.1416-2.0944)}(-6.7586 \times 10^{-7}) = \\ &= 0.95303x - 0.64843x^2 + 0.10984x^3 \end{aligned}$$

Repetition: Body vybraté druhýkrát: $(0, 0)$, $(0.75, 0.43625)$, $(3, 1.4112 \times 10^{-2})$, $(3.1416, -6.7586 \times 10^{-7})$

$$\begin{aligned} P(x) &= \frac{x(x-3)(x-3.1416)}{0.75(0.75-3)(0.75-3.1416)}0.43625 + \frac{x(x-0.75)(x-3.1416)}{3(3-0.75)(3-3.1416)}1.4112 \times 10^{-2} + \\ &\frac{x(x-0.75)(x-3)}{3.1416(3.1416-0.75)(3.1416-3)}(-6.7586 \times 10^{-7}) = \\ &= 0.98398x - 0.60641x^2 + 9.3329 \times 10^{-2}x^3 \end{aligned}$$

4. Načrtnite graf funkcie $f(x) = 1 + x \sin x$ v intervale $0 \leq x \leq 2\pi$. Vyberte sedem bodov na grafe a po konštrukcii polynómu, ktorý prechádza cez všetky tieto body výsledok porovnajte s originálnou funkciou. Potvrďte aproximáciu výberom iných sedem bodov.
5. Načrtnite graf funkcie $f(x) = (1 - x^5)^{\frac{1}{5}}$ v intervale $0 \leq x \leq 1$. Vyberte sedem bodov na grafe a po konštrukcii polynómu, ktorý prechádza cez všetky tieto body výsledok porovnajte s originálnou funkciou. Potvrďte aproximáciu výberom iných sedem bodov.

6. Načrtnite graf funkcie $f(x) = 1 - 2x \cos x$ v intervale $0 \leq x \leq 2\pi$. Vyberte sedem bodov na grafe a skonštruujte spline aproximativnú funkciu v intervale $0 \leq x \leq 2\pi$ použitím parabolických splineov koncových podmienok. Načrtnite graf spline funkcie a porovnajete ho s grafom originálnej funkcie. Opakujte výpočet použitím linear spline funkcie koncové podmienky a porovnajete s predošlým grafom.
7. Načrtnite graf funkcie $f(x) = (1 - x^7)^{\frac{1}{7}}$ v intervale $0 \leq x \leq 1$. Vyberte sedem bodov na grafe a skonštruujte spline aproximativnú funkciu v intervale $0 \leq x \leq 1$ použitím lineárnych splineov koncových podmienok. Načrtnite graf spline funkcie a porovnajete ho s grafom originálnej funkcie. Opakujte výpočet použitím parabolických spline funkcie koncové podmienky a porovnajete s predošlým grafom.
8. Načrtnite graf funkcie $f(x) = (1 - x^5)^{\frac{1}{5}}$ v intervale $0 \leq x \leq 1$. Vyberte sedem bodov na grafe a skonštruujte spline aproximativnú funkciu v intervale $0 \leq x \leq 1$ použitím lineárnych splineov koncových podmienok. Načrtnite graf spline funkcie a porovnajete ho s grafom originálnej funkcie. Opakujte výpočet použitím parabolických spline funkcie koncové podmienky a porovnajete s predošlým grafom.



Solution 2 $(x_1, y_1) = (0, 1)$, $(x_2, y_2) = (0.2, 0.99994)$, $(x_3, y_3) = (0.4, 0.99794)$, $(x_4, y_4) = (0.6, 0.98394)$,

$(x_5, y_5) = (0.8, 0.92367)$, $(x_6, y_6) = (0.9, 0.83647)$, $(x_7, y_7) = (1, 0)$

$d_1 = x_2 - x_1 = 0.2$, $d_2 = x_3 - x_2 = 0.2$, $d_3 = x_4 - x_3 = 0.2$,

$$d_4 = x_5 - x_4 = 0.2, \quad d_5 = x_6 - x_5 = 0.1, \quad d_6 = x_7 - x_6 = 0.1$$

Tento príklad mi bohožiaľ nevyšiel.