

Nájdite všeobecné riešenie systému lineárnych rovníc

$$\begin{aligned} & 3x_2 + x_4 + 2x_5 = 9 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 15x_5 &= 24 \\ 2x_1 + 2x_3 - 3x_4 + 9x_5 &= 8 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + 8x_5 &= 17 \end{aligned}$$

Riešenie:

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 3 & 0 & 1 & 2 & 9 \\ 3 & 4 & 3 & -2 & 15 & 24 \\ 2 & 0 & 2 & -3 & 9 & 8 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 8 & 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} 2 & 0 & 2 & -3 & 9 & 8 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 8 & 17 \\ 6 & 8 & 8 & -4 & 30 & 48 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 2 & 9 \end{array} \quad \begin{array}{l} R_1 \leftrightarrow R_3 \\ R_2 \leftrightarrow R_4 \\ R_4 \leftrightarrow R_3 \\ R_3 = 2R_3 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} 2 & 0 & 2 & -3 & 9 & 8 \\ 0 & 3 & 0 & 4 & -1 & 9 \\ 0 & 8 & 0 & 5 & 3 & 24 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 2 & 9 \end{array} \quad \begin{array}{l} R_2 = R_2 - R_1 \\ R_3 = R_3 - 3R_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} 2 & 0 & 2 & -3 & 9 & 8 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 3 & 0 & 4 & -1 & 9 \\ 0 & 24 & 0 & 15 & 9 & 72 \end{array} \quad \begin{array}{l} R_3 \leftrightarrow R_4 \\ R_4 = 3R_4 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} 2 & 0 & 2 & -3 & 9 & 8 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & -7 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} R_3 = R_3 - R_2 \\ R_4 = R_4 - 8R_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc|c}
2 & 0 & 2 & -3 & 9 & 8 \\
0 & 3 & 0 & 1 & 2 & 9 \\
0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
R_3 = R_3/3 \\
R_4 = R_4 - 7R_3
\end{array}$$

$h(A) = h(A, b) \Rightarrow$ existuje riešenie

$h(A) = 3 < 5 = n \Rightarrow$ riešenie tvorí $5 - 3 = 2$ -parametrický systém

p, q - voľné premenné

$$\begin{array}{ccccc|c}
& & p & & q & \\
2 & 0 & 2 & -3 & 9 & 8 \\
0 & 3 & 0 & 1 & 2 & 9 \\
0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc|cc}
& & & & & p & q \\
2 & 0 & & -3 & & 8 & -2 & -9 \\
0 & 3 & & 1 & & 9 & 0 & -2 \\
0 & 0 & & 1 & & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & & 0 & & 0 & 0 & 0
\end{array}$$

$$x_3 = p$$

$$x_5 = q$$

$$x_4 = q$$

$$x_2 = (1/3)(9 - 2q - q) = 3 - q$$

$$x_1 = (1/2)(8 - 2p - 9q + 3q) = 4 - p - 3q$$

$$x_1 = 4 - p - 3q$$

$$x_2 = 3 - q$$

$$x_3 = p$$

$$x_4 = q$$

$$x_5 = q$$

$$x = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$$