

# Vzor skúšky z M3E

L' Marko  
FEI STU

## Vzor skúšky z M3E

**Meno a priezvisko:**

**15. decembra 2020**

	1.	2.	3.	4.	$\sum$	$\sum_{T+P}$	$\sum_{T+P+S}$	Známka
Teória								
Príklady					$\sum_S$			-

**Teória**

1. (a) Vypočítajte  $\int_C -dx + \operatorname{arctg} \frac{y}{x} dy$ , kde  $C$  je oblúk paraboly  $y = x^2$ , od bodu  $A = (0, 0)$ , po bod  $B = (1, 1)$ . (10b)  
(b) Použitím Greenovej vety vypočítajte integrál  $\int_C y^2 dx + x dy$ , ak  $C$  je hranica štvorca ohraničená priamkami  $x = 1$ ,  $x = -1$ ,  $y = 1$ ,  $y = -1$ , ktorá je kladne orientovaná. (15b)
2. (a) Pre funkciu  $f(z) = \frac{iz-1}{iz^2+1+i}$  vypočítajte definičný obor;  $f'$ ,  $f'(i)$  (8b)  
(b) Na  $A \subset \mathbf{C}$  vypočítajte analytickú funkciu  $f(z) = f(x+iy) = u(x,y) + iv(x,y)$ , ak je daná  $u(x,y) = x^3 - 3xy^2$ , s podmienkou  $f(i) = 0$ . (17b)
3. (a) Vypočítajte integrál  $\int_C \bar{z} |z| dz$ , kde  $C$  pozostáva z polkružnice  $C : |z| = 1$ ,  $\operatorname{Re} z \geq 0$  od bodu  $i$  po bod  $-i$  a z úsečky od bodu  $-i$  po bod  $i$ . (8b)  
(b) Pomocou vety o reziduách vypočítajte  $\int_C \left( \frac{1}{z^2-9} - \cos\left(\frac{z}{z-3}\right) \right) dz$ , kde  $C : |z-3| = 1$ ,  $\oplus$ . (17b)
4. (a) Vypočítajte Laplaceov obraz impulzu  $f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \sin t & t \in \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle \\ 1 & t \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$ . (8b)

(b) Pomocou Laplaceovej transformácie vypočítajte riešenie začiatočnej úlohy

$$x''(t) + 2x'(t) + x(t) = f(t), \quad x(0+) = x'(0+) = 0,$$

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & t \in (0, 1) \\ 1 & t \geq 1 \end{cases}. \quad (17b)$$

Vyriešené príklady sú vo videách cvičení z M3E.