

CVIČENIE 1.

Priestor R^2, R^3 .

Vypočítajte $d(A, B)$ vzdialenosť bodov A, B v rovine R^2 .

1. $A = (2, 1), B = (1, 3)$.
2. $A = (-2, 3), B = (1, -4)$.

Vypočítajte $d(A, B)$ vzdialenosť bodov A, B v priestore R^3 .

3. $A = (1, -2, 3), B = (2, 1, -4)$.
4. $A = (2, 1, -2), B = (1, -4, 1)$.

Nakreslite vektor \vec{OA} a vypočítajte jeho dĺžku ak O je začiatok súradnej sústavy

a

5. $A = (2, 1)$
6. $A = (2, 1, -2)$

Napíšte rovnicu priamky, ktorá prechádza bodmi A, B .

7. $A = (3, 1), B = (1, -1)$.
8. $A = (2, 0), B = (0, 2)$.
9. $A = (2, -1, 1), B = (1, 2, -3)$.

Napíšte rovnicu roviny, ktorá prechádza bodmi A, B, C .

10. $A = (2, -1, 1), B = (1, 2, -3), C = (0, 1, -1)$.

Napíšte rovnicu roviny, ktorá prechádza bodom A , a je kolmá na vektor \vec{n} .

11. $A = (1, -2, 1), \vec{n} = (1, 1, -2)$.

Vypočítajte skalárny súčin vektorov \vec{u}, \vec{v} .

12. $\vec{u} = (2, -1), \vec{v} = (2, 3)$.
13. $\vec{u} = (2, -1), \vec{v} = (1, 2)$.
14. $\vec{u} = (2, -1, 4), \vec{v} = (4, 2, 3)$.
15. $\vec{u} = (2, -1, 4), \vec{v} = (-5, 2, 3)$.

Je daný vektor \vec{u} , nájdite k nemu kolmý vektor \vec{v} .

16. $\vec{u} = (1, 2)$.
17. $\vec{u} = (2, 1, 2)$.

Je daný vektor \vec{u} , nájdite k nemu dva kolmé vektory \vec{v}, \vec{w} tak aby žiaden z nich nebol násobkom druhého.

18. $\vec{u} = (2, 1, 2)$.

Sú dané vektory \vec{u}, \vec{v} nájdite vektor \vec{w} , kolmý k obom.

19. $\vec{u} = (2, -1, 1), \vec{v} = (-1, 2, -3)$.

Funkcia viacerých premenných.

Definícia. Zobrazenie f , ktoré každému $x \in A \subset R^n$ priradí jediné $y \in R$, nazývame funkcia n premenných. Značíme $f : A \rightarrow R$.

Množinu A nazývame definičný obor. Značíme D_f .

Množinu $H_f = \{y \in R; \text{takých, že } \exists \bar{x} \in D_f, y = f(\bar{x})\}$ nazývame obor hodnôt.

Množinu $G_f = \{[\bar{x}, y] \in R^{n+1}; \bar{x} \in D_f, y = f(\bar{x})\}$ nazývame graf funkcie f .

Popíšte a nakreslite D_f definičný obor funkcie f , ak

20. $f(x, y) = \frac{1}{xy}$.

21. $f(x, y) = \frac{1}{x^2 - y^2}$.

22. $f(x, y) = \sqrt{x + y}$.

23. $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{y^2 - 1}$.

24. $f(x, y) = \sqrt{\frac{x^2 + y^2 - x}{2x - x^2 - y^2}}$.

25. $f(x, y) = \ln xy$.

26. $f(x, y) = \ln(x \ln(y - x))$.

V R^3 nakreslite graf funkcie f , ak

27. $f(x, y) = 3x + 4y - 1$

Nakreslite vrstevnicu grafu funkcie f pre $z = 0$ a pre $z = 1$. Nakreslite rez grafu funkcie f rovinou $x = 1$, a tiež rovinou $x = 0$. Nakreslite obor hodnôt H_f .

28. $f(x, y) = (x - 1)^2 + (y - 2)^2 - 2$.

Nakreslite vrstevnicu grafu funkcie f pre $z = 1$. Nakreslite rez grafu funkcie f rovinou $x = 1$, a tiež rovinou $x = 0$. Nakreslite obor hodnôt H_f . Nájdite minimum oboru hodnôt.

29. $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + 2y^2}$.

Nakreslite vrstevnice grafu funkcie f pre $z = 1$, $z = 2$, $z = 3$. Nakreslite rez grafu funkcie f rovinou $x = 1$, a tiež rovinou $x = 0$. Nakreslite obor hodnôt. Nájdite infimum oboru hodnôt.

30. $f(x, y) = x^2 - y^2$.

Nakreslite vrstevnice grafu funkcie f pre $z = 0$, $z = 1$, $z = -1$. Nakreslite rez grafu funkcie f rovinou $y = 0$, a tiež $x = 0$. Nakreslite obor hodnôt.

31. $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$.

Určte definičný obor. Nakreslite vrstevnice grafu f pre vhodné hodnoty z . Nakreslite rez grafu funkcie f rovinou $y = 0$, resp. $x = 0$. Nakreslite obor hodnôt. Nájdite maximum a minimum oboru hodnôt.

32. $f(x, y) = \frac{x}{y}$.

Určte definičný obor.

Pozn.: Sledujte na grafe správanie sa funkcie v okolí bodu $(0, 0)$.

Nakreslite vrstevnice. Nakreslite rezy $x = 0$, $x = 1$. Nakreslite obor hodnôt.

Výsledky.

1. $\sqrt{5}$
2. $\sqrt{58}$
3. $\sqrt{59}$
4. $\sqrt{35}$
5. $\sqrt{5}$
6. 3
7. $x = 3 - 2t$ $y = 1 - 2t$
8. $x = 2 - 2t$ $y = 2t$
9. $x = 2 - t$ $y = -1 + 3t$ $z = 1 - 4t$
10. $x = 2 - t - 2s$ $y = -1 + 3t + 2s$ $z = 1 - 4t - 2s$ (riešenie môže byť aj v inom tvare.)
11. $x - 1 + y + 2 - 2(z - 1) = 0$
12. 1
13. 0
14. 18
15. 0
16. $\vec{v} = (-2, 1)$ (riešenie je nekonečne veľa, každé iné je násobkom \vec{v} .)
17. $\vec{v} = (1, 2, -2)$ (riešenie je nekonečne veľa, vid' príklad 18.)
18. $\vec{v} = (-1, 2, 0)$, $\vec{w} = (1, 2, -2)$ (riešenie je nekonečne veľa, každé iné je lineárnou kombináciou \vec{v} , \vec{w} .)
19. $\vec{w} = (1, 5, 3)$ (riešenie je nekonečne veľa, každé iné je násobkom \vec{w} .)
20. $D_f = \mathbb{R}^2 \setminus \{[x, y]; x = 0 \vee y = 0\}$
21. $D_f = \mathbb{R}^2 \setminus \{[x, y]; x = y \vee x = -y\}$
22. $D_f = \{[x, y]; x \geq -y\}$
23. $D_f = \{[x, y]; -1 \leq x \leq 1 \wedge |y| \geq 1\}$
25. $D_f = \{[x, y]; xy > 0\}$
32. $D_f = \mathbb{R}^2 \setminus \{[x, y]; y = 0\}$, $H_f = \mathbb{R}$