A

① Newton-Leibnizov vzorec:

Nech funkcia $f \subseteq R \times R$ je R-integrovateľná 1 na $\langle a, b\rangle$. Nech funkcia $F \subseteq R \times R$ je spojitá na $\langle a, b\rangle$ a má deriváciu $F'(x) = f(x)$ na (a, b) 3. Potom $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$. 1

spolu 5 bodov

---

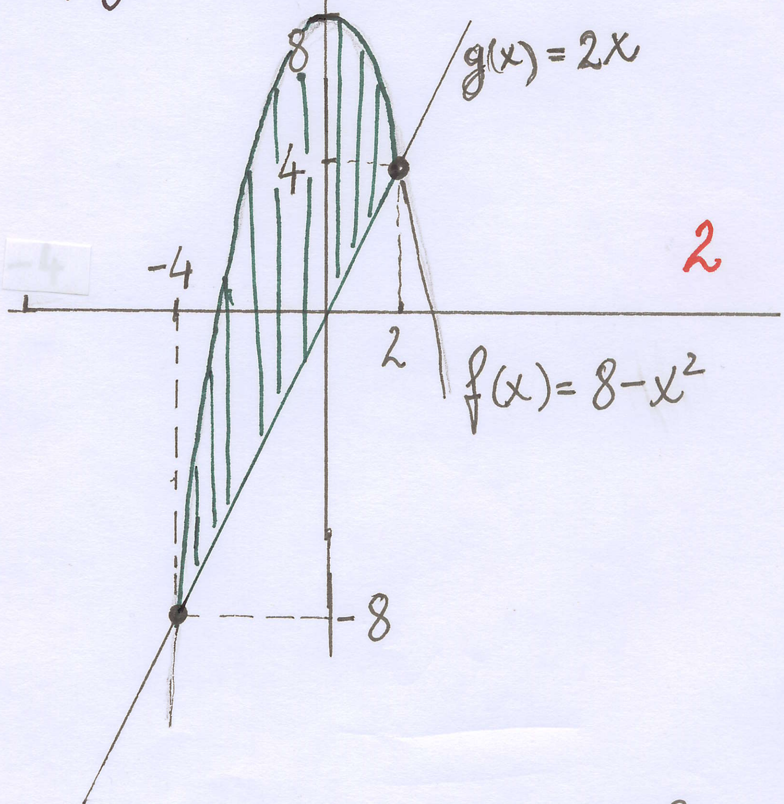
(2) Plošný obsah medzi grafmi funkcií $f(x) = 8 - x^2$, $g(x) = 2x$ (nakreslite)!

priesečníky:

$$8 - x^2 = 2x$$
$$x^2 + 2x - 8 = 0$$
$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{9}$$
$$x_{1,2} = \begin{cases} 2 \\ -4 \end{cases}$$ 2

$f(-4) = g(-4) = -8$

$f(2) = g(2) = 4$



2

$$P = \int_{-4}^{2} (8 - x^2 - 2x)\,dx = \left[8x - \frac{x^3}{3} - \cancel{2}\frac{x^2}{\cancel{2}}\right]_{-4}^{2} =$$

$$= 16 - \frac{8}{3} - 4 - \left(-32 + \frac{64}{3} - 16\right) =$$

$$= 60 - \frac{72}{3} = 60 - 24 = \boxed{36}$$ 4

spolu 8 bodov

pokračovanie (A)

(3) Zistiť konvergenciu nevlastného integrálu $\int_2^4 \frac{1}{x-2}\,dx$.

pretože $\lim\limits_{x\to 2+} \frac{1}{x-2} = \infty$ & $f(x) = \frac{1}{x-2}$ je spojitá na $(2,4\rangle$ tak $\int_2^4 \frac{1}{x-2}\,dx =$

$$= \lim_{t\to 2+} \int_t^4 \frac{1}{x-2}\,dx \overset{3}{=} \lim_{t\to 2+} \Big[\ln(x-2)\Big]_t^4 =$$

$x-2>0$ na $(2,4\rangle$

$$= \lim_{t\to 2+} \big(\ln 2 - \ln(t-2)\big) = \infty \Rightarrow$$ integrál diverguje 4

pretože: $\lim\limits_{t\to 2+} (t-2) = 0$, pričom $t-2>0$

a teda $\lim\limits_{t\to 2+} \ln(t-2) = -\infty$

spolu 7 bodov