

Vypočítajte integrály pomocou transformácie do sférických súradníc:

1.  $\int\int\int_M z dx dy dz$ , ak  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; \sqrt{x^2 + y^2} \leq z, x^2 + y^2 + z^2 \leq 2, 0 \leq x, 0 \leq y\}$   
 $\left[\frac{\pi}{8}\right]$

2.  $\int\int\int_M (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$ , ak  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 \leq z^2, x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, 0 \leq z\}$   $\left[\frac{32\pi}{5}(2 - \sqrt{2})\right]$

3.  $\int\int\int_M (x^2 + y^2) dx dy dz$ , ak  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, z \geq 0\}$   
 $\left[\frac{844}{15}\pi\right]$

4.  $\int\int\int_M \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$ , ak  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 \leq z\}$   $\left[\frac{\pi}{10}\right]$

5.  $\int\int\int_M z^2 dx dy dz$ , ak  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x^2 + y^2 + z^2 \leq 4z\}$   $\left[\frac{59}{15}\pi\right]$

Pomocou trojného integrálu a transformácie do sférických súradníc vypočítajte objem gule s polomerom  $r > 0$ .  $\left[\frac{4}{3}\pi r^3\right]$