

**Vypočítajte obsah oblasti ohraničenej:**

1. grafmi funkcií  $f(x) = \frac{2}{\pi}x$ ,  $g(x) = \sin x$ , pričom  $x \geq 0$ .
2. grafmi funkcií  $f(x) = 2 - x$ ,  $g(x) = 4x - x^2 - 2$
3. grafmi funkcií  $f(x) = \sqrt{x+1}$ ,  $g(x) = 2 - \sqrt{x}$  a priamkou  $x = 1$
4. grafmi funkcií  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = 2 - x^2$
5. grafmi funkcií  $f(x) = \ln x$ ,  $g(x) = \ln^2 x$

**Vypočítajte objem telesa, ktoré vznikne rotáciou okolo osi  $O_x$  oblasti ohraničenej:**

6. grafmi funkcií  $f(x) = \frac{2}{\pi}x$ ,  $g(x) = \sin x$ , pričom  $x \geq 0$ .
7. grafmi funkcií  $f(x) = \sqrt{x+1}$ ,  $g(x) = 2 - \sqrt{x}$  a priamkou  $x = 1$
8. grafmi funkcií  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = 2 - x^2$
9. grafmi funkcií  $f(x) = 0$ ,  $g(x) = 1 - x^2$
10. grafmi funkcií  $f(x) = \ln x$ ,  $g(x) = \ln^2 x$

**Vypočítajte dĺžku krivky, ktorá je grafom funkcie  $f$  ak:**

11.  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$   $x \in [0, 1]$
12.  $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$   $x \in [0, 1]$
13.  $f(x) = \ln x$   $x \in [1, e]$
14.  $f(x) = x^2$   $x \in [0, 1]$

**Vypočítajte obsah rotačnej plochy, ktorá vznikne rotáciou grafu funkcie  $f$  okolo osi  $O_x$ .**

15.  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$   $x \in [0, 1]$
16.  $f(x) = x^3$   $x \in [0, 1]$
17.  $f(x) = \frac{1}{x}$   $x \in [1, 2]$
18.  $f(x) = e^x$   $x \in [0, 1]$
19.  $f(x) = x^2$   $x \in [0, 1]$

*Výsledky.*

Obsah oblasti ohraničenej funkciami:

1.  $1 - \frac{\pi}{4}$
2.  $\frac{9}{2}$
3.  $\frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{43}{24}$
4.  $\frac{8}{3}$
5.  $3 - e$

Objem telesa:

6.  $\frac{\pi^2}{12}$
7.  $\frac{11}{48}\pi$
8.  $\frac{16}{3}\pi$
9.  $\frac{16}{15}\pi$
10.  $\pi(-8e + 22)$

Dĺžka krivky:

11.  $\frac{\pi}{2}$
12.  $(\frac{2}{3})^3((\frac{13}{4})^{3/2} - 1)$
- 13.

2

14.

Obsah rotačnej plochy:

15.  $2\pi$

16.  $\frac{\pi}{27}(10\sqrt{10} - 1)$

17.  $-\pi\sqrt{17} + 4\pi\sqrt{2} + 8\pi + 8\pi \ln \frac{2}{3}$

18.  $\frac{\pi}{2} \left( \frac{e^{2\sinh^{-1} e} - e^{-2\sinh^{-1} e}}{2} - \frac{e^{2\sinh^{-1} 1} - e^{-2\sinh^{-1} 1}}{2} + 2\sinh^{-1} e - 2\sinh^{-1} 1 \right)$

19.  $\frac{\pi}{4} \left( \frac{1 + \sqrt{5^4}}{4} - \frac{1 + \sqrt{5^3}}{3} \right)$