

## TEST 9.

## Dvojný integrál na obdĺžniku.

Príklad. Vypočítajme

$$\iint_M ye^{x+y} dx dy$$

ak množina  $M = [0, 1] \times [0, 4]$ .

Riešenie musí obsahovať celý postup.

Riešenie 1. Nerovnosti

$$0 \leq x \leq 1,$$

$$0 \leq y \leq 4,$$

popisujú  $M$  ako elementárnu oblasť typu  $xy$ .

Počítame

$$\begin{aligned} K(x) &= \int_0^4 ye^{x+y} dy = \\ &\text{použitím metódy per partes (premenná je } y) \\ &= [ye^{x+y}]_0^4 - \int_0^4 e^{x+y} dy = 4e^{x+4} - 0 - e^{x+4} + e^x = 3e^{x+4} + e^x. \end{aligned}$$

Teraz

$$\begin{aligned} \iint_M ye^{x+y} dx dy &= \int_0^1 K(x) dx = \int_0^1 3e^{x+4} + e^x dx = |3e^{x+4} + e^x|_0^1 = \\ &= 3e^5 + e - 3e^4 - 1. \end{aligned}$$

Riešenie 2. Nerovnosti

$$0 \leq y \leq 4,$$

$$0 \leq x \leq 1,$$

popisujú  $M$  ako elementárnu oblasť typu  $yx$ .

Počítame

$$K(y) = \int_0^1 ye^{x+y} dx = [ye^{x+y}]_0^1 = ye^{1+y} - ye^y = ye^y(e-1).$$

Teraz

$$\begin{aligned} \iint_M ye^{x+y} dx dy &= \int_0^4 K(y) dy = \int_0^4 ye^y(e-1) dy = (e-1) \int_0^4 ye^y dy = \\ &\text{použitím metódy per partes (premenná je zase } y) \\ &= (e-1) \left( |ye^y|_0^4 - \int_0^4 e^y dy \right) = \\ &= (e-1)(4e^4 - 0 - e^4 + 1) = 3e^5 + e - 3e^4 - 1. \end{aligned}$$