

TEST 10.

Dvojný integrál na elementárnej oblasti.

Príklad. Vypočítajte

$$\iint_M \frac{1}{(x^2 + 1)\sqrt[3]{y}} dx dy$$

ak množina M je ohraničená krivkami $y = -x^3$, $x = 2$, $y = 0$.

Riešenie musí obsahovať celý postup.

Nakreslite množinu M .

Popíšte nerovnosťami elementárnu oblasť.

Integrujte v dvoch krokoch. Integrál z prvého kroku označte ako funkciu K v príslušnej premennej.

Riešenie. Popis oblasti

$$\begin{aligned} 0 &\leq x \leq 2, \\ -x^3 &\leq y \leq 0. \end{aligned}$$

$$K(x) = \int_{-x^3}^0 \frac{1}{(x^2 + 1)\sqrt[3]{y}} dy = \frac{1}{x^2 + 1} \left[\frac{3}{2} y^{\frac{2}{3}} \right]_{-x^3}^0 = -\frac{3}{2} \frac{x^2}{x^2 + 1}.$$

$$\int_0^2 K(x) dx = \int_0^2 -\frac{3}{2} \frac{x^2}{x^2 + 1} dx = -\frac{3}{2} [x - \operatorname{arctg} x]_0^2 = -3 + \frac{3}{2} \operatorname{arctg} 2.$$