

Milí naši študenti, predpokladám, že už ste si všetci prepočítali príklady z 4.cvičenia, a súhlasíte s nami, že príklady 1-5 sú jednoduché, možno pr.3 je trochu iný - tu je moje riešenie:

V nasledujúcich príkladoch vypočítajte 1.diferenciál, gradient funkcie f v bode a a vypočítajte aj deriváciu funkcie f v smere vektora \vec{u} v bode a .

Príklad 3

$$f(x, y, z) = \frac{y^x}{z}, a = (1, 4, 2) \text{ a } \vec{u} = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

Vektor \vec{u} je jednotkový, pretože $\|\vec{u}\| = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{4}{9} + \frac{4}{9}} = 1$,

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z) = \frac{1}{z} y^x \ln y \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(1, 4, 2) = \ln 16$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z) = \frac{xy^{x-1}}{z} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(1, 4, 2) = 1/2$$

$$\frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z) = \frac{-y^x}{z^2} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial z}(1, 4, 2) = -1$$

1.diferenciál v bode a je

$$df(a, x, y, z) = \ln 16(x - 1) + \frac{1}{2}(y - 4) - 1(z - 2)$$

gradient funkcie f v bode a je

$$\text{grad} f(a) = \left(\ln 16, \frac{1}{2}, -1\right)$$

a derivácia funkcie f v smere vektora \vec{u} v bode a je

$$\frac{\partial f}{\partial \vec{e}} = \frac{\ln 16 - 1}{3}$$

Príklad. 6

Použitím definície vypočítajte deriváciu funkcie f v smere vektora \vec{u} v bode a , ak

$$f(x, y) = \sqrt[3]{x^3 + y^3} \quad a = (0, 0) \quad \vec{u} = (1, 1).$$

Postupujeme podľa definície derivácie v smere jednotkového vektora \vec{e} .

$$\vec{e} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \vec{e}}(0, 0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f\left(0 + \frac{1}{\sqrt{2}}t, 0 + \frac{1}{\sqrt{2}}t\right) - f(0, 0)}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt[3]{t^3 + t^3} - 0}{t} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt[3]{2} = 2^{-\frac{1}{6}}$$

Príklad. 8

Napište deriváciu funkcie $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, v smere určenom priamkou

$x - 2 = y - 1$ v bode $a = (2, 1)$.

priamka $x - 2 = y - 1 \Rightarrow y = x - 1 \Rightarrow$ smerový vektor $\vec{u} = (1, -1)$ nie je jednotkový $\|\vec{u}\| = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$ a teda ho musíme znormovať $\vec{e} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \frac{-x}{(\sqrt{x^2 + y^2})^3} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(2, 1) = \frac{-2}{\sqrt{5}^3}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \frac{-y}{(\sqrt{x^2 + y^2})^3} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(2, 1) = \frac{-1}{\sqrt{5}^3}$$

Potom
$$\frac{\partial f}{\partial \vec{e}}(2, 1) = \frac{-2}{\sqrt{5}^3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{-1}{\sqrt{5}^3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{-3}{5\sqrt{10}}$$

Vo výpočte je chyba!!!! Určite ste ju našli, pošlite mi mail, prvý piati získajú plusko.

Ostatné príklady zvládnete, keď si pozorne prečítate prednášku, želim dobré zdravie a chuť na samoštúdium E.P.