

CVIČENIE 11.

**Substitúcie v trojnom integráli.**

Vypočítajte trojný integrál

1.  $\iiint_M z \, dx \, dy \, dz$  ak  $M$  je ohraničená nerovnosťami  $z \geq 0, z \leq 1, x^2 + y^2 \leq 1$ .
2.  $\iiint_M x^2 + y^2 \, dx \, dy \, dz$  ak  $M$  je ohraničená nerovnosťami  $z \leq 2, x^2 + y^2 \leq 2z$ .
3.  $\iiint_M z \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy \, dz$  ak  $M$  je ohraničená nerovnosťami  $y \geq 0, z \geq 0,$   
 $z \leq 1 + x, x^2 + y^2 \leq 2x$ .
4.  $\iiint_M z \, dx \, dy \, dz$  ak  $M$  je ohraničená nerovnosťami  $0 \leq z \leq \sqrt{3},$   
 $z^2 \geq x^2 + y^2$ .
5.  $\iiint_M x^2 + y^2 \, dx \, dy \, dz$  ak  $M$  je ohraničená nerovnosťami  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9,$   
 $z \geq 0$ .
6. Vypočítajte objem oblasti  $M$ , ktorá je ohraničená nerovnosťami  $z \geq \sqrt{x^2 + y^2}, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ .
7. Vypočítajte objem oblasti  $M$ , ktorá je ohraničená nerovnosťami  $z \geq \sqrt{x^2 + y^2}, z \leq 6 - x^2 - y^2$ .
8. Vypočítajte objem oblasti  $M$ , ktorá je ohraničená nerovnosťami  $2 - z \geq x^2 + y^2, x^2 + y^2 + z^2 - 2z \leq 0$ .

**Výsledky**

1.  $\frac{\pi}{2}$       2.  $\frac{16\pi}{3}$       3.  $\frac{7064}{1575}$       4.  $\frac{9\pi}{4}$
5.  $\frac{324\pi}{5}$       6.  $\frac{(2-\sqrt{2})\pi}{3}$       7.  $\frac{32\pi}{3}$       8.