

CVIČENIE 11.

Aplikácie dvojného integrálu.

1. Vypočítajte obsah oblasti ohraničenej nerovnosťami $x + y \geq 1$, $x^2 + y^2 \leq 1$.
2. Vypočítajte obsah oblasti ohraničenej nerovnosťami $y \leq x$, $y \geq 0$, $x^2 + y^2 \geq 2x$, $x^2 + y^2 \leq 4x$.
3. Vypočítajte obsah oblasti ohraničenej nerovnosťou $(x^2 + y^2)^2 \leq 2y^3$, $x^2 + y^2 \leq 4x$.
4. Vypočítajte obsah oblasti excentra popísaného nerovnosťami v polárnych súradniciach $-\pi \leq \varphi \leq \pi$, $0 \leq r \leq a^{k\varphi}$. ($a > 0$, $k > 0$ sú konštanty)
5. Vypočítajte statické momenty vzhľadom na jednotlivé osi a ťažisko homogénnej oblasti s jednotkovou hustotou ohraničenej priamkami $y = 0$, $x = 0$, $y = x$, $y = -x$.
6. Vypočítajte statické momenty vzhľadom na jednotlivé súradnicové osi a ťažisko nehomogénnej oblasti ohraničenej nerovnosťou $x^2 + y^2 \leq 2y$, ak hustota je $f(x, y) = 1 + y$.
7. Vypočítajte moment zotrvačnosti polkruhu s jednotkovou hustotou $x^2 + y^2 \leq 1$, $x \geq 0$ vzhľadom na rotáciu okolo osi O_y .
8. Vypočítajte moment zotrvačnosti polkruhu s jednotkovou hustotou $x^2 + y^2 \leq 1$, $x \geq 0$ vzhľadom na rotáciu okolo priamky $x = 1$.
9. Vypočítajte moment zotrvačnosti polkruhu $x^2 + y^2 \leq 1$, $x \geq 0$ vzhľadom na rotáciu okolo priamky $x = 1$ ak hustota je $f(x, y) = 1 - y$.
10. Vypočítajte moment zotrvačnosti kruhu $x^2 + y^2 \leq 1$ s jednotkovou hustotou vzhľadom na rotáciu okolo počiatku.
11. Vypočítajte moment zotrvačnosti excentra s jednotkovou hustotou popísaného nerovnosťami v polárnych súradniciach $-\pi \leq \varphi \leq \pi$, $0 \leq r \leq a^{k\varphi}$ vzhľadom na rotáciu okolo počiatku.