

TEST 5

Príklad. Vypočítajte integrál

$$\int \arcsin kx \, dx.$$

Číslo k je ľubovoľné prirodzené číslo.

Uveďte celý postup riešenia.

Riešenie.

Použijeme metódu per partes.

Zvolíme

$$f' = 1 \quad g = \arcsin kx.$$

Dostaneme

$$f = x \quad g' = \frac{k}{\sqrt{1 - k^2 x^2}}.$$

Teraz je

$$\int \arcsin kx \, dx = x \cdot \arcsin kx - \int x \cdot \frac{k}{\sqrt{1 - k^2 x^2}} \, dx.$$

V druhom kroku použijeme substitúciu

$$t = 1 - k^2 x^2 \quad dt = -2k^2 x \, dx.$$

Po nej je

$$\int x \cdot \frac{k}{\sqrt{1 - k^2 x^2}} \, dx = - \int \frac{k}{2k^2 \sqrt{t}} \, dt = - \int \frac{1}{2k \sqrt{t}} \, dt = - \frac{\sqrt{t}}{k} = - \frac{\sqrt{1 - k^2 x^2}}{k}.$$

Celý výsledok je

$$\int \arcsin kx \, dx = x \cdot \arcsin kx + \frac{\sqrt{1 - k^2 x^2}}{k} + c.$$