

TEST 4

Príklad. Vypočítajte súčet radu

$$\sum_{n=4}^{\infty} \frac{6}{n^2 - 3n}$$

Napište n -tý čiastočný súčet radu.

Riešenie.

Polynóm v menovateli má nasledujúci rozklad na súčin

$$n^2 - 3n = n(n - 3).$$

Preto zlomok (racionálna funkcia)

$$\frac{6}{n(n - 3)}$$

má rozklad na elementárne zlomky

$$\frac{6}{n^2 - 3n} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n - 3}.$$

Po porovnaní čitateľov dostaneme

$$6 = A(n - 3) + Bn.$$

Postupným dosadením $n = 0$, $n = 3$ dostaneme

$$6 = -3A, \quad 6 = 3B.$$

Preto $A = 2$, $B = -2$ a

$$\frac{6}{n^2 - 3n} = \frac{2}{n - 3} - \frac{2}{n}.$$

Teraz napíšeme n -tý čiastočný súčet nekonečného radu zo zadania.

$$S_n = \left(\frac{2}{1} - \frac{2}{4}\right) + \left(\frac{2}{2} - \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{6}\right) + \left(\frac{2}{4} - \frac{2}{7}\right) + \dots + \left(\frac{2}{n-5} - \frac{2}{n-2}\right) + \left(\frac{2}{n-4} - \frac{2}{n-1}\right) + \left(\frac{2}{n-3} - \frac{2}{n}\right).$$

Po zjednodušení je

$$S_n = \frac{2}{1} + \frac{2}{2} + \frac{2}{3} - \frac{2}{n-2} - \frac{2}{n-1} - \frac{2}{n}.$$

Súčtom radu je

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{2}{1} + \frac{2}{2} + \frac{2}{3} - \frac{2}{n-2} - \frac{2}{n-1} - \frac{2}{n} = \frac{11}{3}.$$

Koniec.