

TEST 2.

Príklad 1. Napíšte rovnicu dotyčnice ku grafu funkcie

$$f(x) = \frac{1}{\ln x}$$

v bode A , ktorého prvá súradnica je $x_0 = e$.

Riešenie Pretože

$$f(e) = \frac{1}{\ln e} = 1,$$

je

$$A = [e, 1].$$

Derivácia

$$f'(x) = -\frac{1}{x \ln^2 x}.$$

Hodnota v $x_0 = e$ je

$$f'(e) = -\frac{1}{e \ln^2 e} = -\frac{1}{e}.$$

preto rovnica dotyčnice je

$$y - 1 = -\frac{1}{e}(x - e).$$

Príklad 2. Vypočítajte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin(x^2)}$$

Riešenie

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin(x^2)} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin(x^2)} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{\sin(x^2) \cdot (1 + \cos x)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2} \cdot \frac{x^2}{(1 + \cos x) \cdot \sin(x^2)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin(x^2)} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \cos x} = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}. \end{aligned}$$