

11 NEURČITÝ INTEGRÁL

Veta(o substituční metóde II). *Nech $\varphi : I \rightarrow J$ je diferencovatelná bijekcia $f : J \rightarrow R$ je spojitá funkcia a nech $H : I \rightarrow R$ je primitívna funkcia k $f(\varphi(t))\varphi'(t)$. Potom*

$$\int f(x) dx = \int f(\varphi(t))\varphi'(t) dt = H(t) + c = H(\varphi^{-1}(x)) + c$$

Použitím substitúcie vypočítajte neurčité integrály.

1. $\int \frac{\sqrt{x-1}}{x+1} dx$
2. $\int \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+1}} dx$
3. $\int \sqrt{2-x^2} dx$
4. $\int \frac{\sqrt{x-x}}{\sqrt[3]{x+1}} dx$

Výsledky.

1. $2\sqrt{x} - 2 \arctan \sqrt{x} - \ln(x+1) + c$, 2. $x - 6\sqrt{x} + 6 \ln|\sqrt{x}+1| + c$,
3. $\arcsin \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \sin 2 \arcsin \frac{x}{\sqrt{2}} + c = \arcsin \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}x\sqrt{2-x^2} + c$.

Integrovanie racionálnych funkcií.

1. $\int \frac{1}{x+1} dx$
2. $\int \frac{x^2-3}{x+2} dx$
3. $\int \frac{x^2+1}{x(x+1)(x+2)} dx$
4. $\int \frac{x}{x^2+1} dx$
5. $\int \frac{x}{x^2+4x+8} dx$
6. $\int \frac{x^2-2}{3x^2+2x+1} dx$
7. $\int \frac{x^3}{x^2+6x+10} dx$

Výsledky.

1. $\ln|x+1|$
2. $\frac{x^2}{2} - 2x + \ln|x+2| + c$
3. $\frac{1}{2} \ln|x| - 2 \ln|x+1| + \frac{5}{2} \ln|x+2| + c$
4. $\frac{1}{2} \ln|x^2+1| + c$
5. $\frac{1}{2} \ln|x^2+4x+8| - \arctan \frac{x+2}{2} + c$
6. $\frac{1}{3}x - \frac{1}{9} \ln|3x^2+2x+1| - \frac{19}{9\sqrt{2}} \arctan \frac{3x+1}{\sqrt{2}} + c$
7. $\frac{x^2}{2} - 6x + 13 \ln|x^2+6x+10| - 18 \arctan(x+3) + c$