

**Meno a Priezvisko:**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\Sigma$	semester	$\Sigma \Sigma$	známka

**Teória** (odpovede vpíšte sem)

1. Rozhodnite, či je pravdivé dané tvrdenie. Svoju odpoveď odôvodnite.

a) [4 body] Ak  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  a  $B \in R^{2 \times 2}$ , tak  $AB = BA$ .

b) [4] Ak je funkcia  $f: R \rightarrow R$  spojitá v bode  $a \in R$ , tak má aj deriváciu v bode  $a$ .

c) [4] Ak  $q \in (-1, 1)$ , tak  $\sum_{n=1}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ .

2. [4] Funkcia  $f: R \rightarrow R$  má deriváciu  $f': R \rightarrow R$  a vieme, že  $f(1) = -1$ ,  $f'(1) = 2$ .  
Pre funkciu  $F(x) = e^{f(x)}$  vypočítajte  $F'(1)$ .

3. [4] Doplňte nasledujúce tvrdenie, tak, aby bolo pravdivé: Nech  $f: \langle 1, 5 \rangle \rightarrow R$  pričom  $f(1)$  je záporné a  $f(5)$  kladné.  
Ak je  $f$ .....(aká?) funkcia, tak existuje  $x \in (1, 5)$ , pre ktoré  $f(x) = 0$ .

## Príklady

4. [10] Dané sú čísla  $z_1 = 1 - i$ ,  $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$ . Doplňte (výpočty urobte na pomocnom papieri)

a) absolútne hodnoty:  $|z_1| = \dots\dots\dots$        $|z_2| = \dots\dots\dots$

b) argumenty:  $\arg z_1 = \dots\dots\dots$        $\arg z_2 = \dots\dots\dots$

c) Číslo  $z_1 z_2$  má goniometrický tvar  $\dots\dots\dots$ ,

d) Číslo  $z_1 z_2$  má exponenciálny tvar  $\dots\dots\dots$ ,

e) Číslo  $z_1 z_2$  má algebraický tvar  $\dots\dots\dots$ ,

f)  $(z_2)^{100}$  má exponenciálny tvar  $\dots\dots\dots$ .

---

5. [6] Vypočítajte limity a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x}$ ,      b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{2x}$ ,      c)  $\lim_{x \rightarrow (\pi/4)} \frac{\sin x}{2x}$ ,

---

6. [8]  $f(x) = e^{-x}\sqrt{x-1}$ . Určte a)  $D(f)$       b)  $f'$  a  $D(f')$

c) Overte, že priamka  $y = 0$  je asymptota funkcie  $f$ .

d) Zistite, či má funkcia  $f$  ešte inú asymptotu.

---

7. [8] a) Zistite, či konverguje rad  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$ .      b) Vypočítajte súčet  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{5^n}$ .

---

8. [4] Prvá derivácia funkcie  $f: R \rightarrow R$  je  $f'(x) = -7(x+1)(x-2)^2(2x-5)e^{-x}$ .

Nájdite intervaly monotónnosti funkcie  $f$ .

---

9. [4] Určte Taylorov polynóm druhého stupňa funkcie  $\sqrt{1+2x}$  v strede  $a = 0$ .