

**Priebeh funkcie.**

1. Určte  $D(f)$  a všetky asymptoty funkcie

a)  $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 1}$ ,

b)  $f(x) = \ln(4 - x^2)$ ,

c)  $f(x) = x - 2 \operatorname{arctg} x$ ,

d)  $f(x) = \frac{x}{1 + x^2}$ ,

e)  $f(x) = \frac{x}{1 - x^2}$ ,

f)  $f(x) = \frac{e^x}{x + 1}$ .

2. Určte  $D(f)$ , intervaly, na ktorých je daná funkcia monotónna a nájdite jej lokálne extrémny.

a)  $f(x) = \frac{10x}{(x + 2)^2}$ ,

b)  $f(x) = \ln(4 - x^2)$ ,

c)  $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$ ,

d)  $f(x) = x^2 e^{-\frac{x^2}{2}}$ .

3. Vyšetrite priebeh funkcie

a)  $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 1}$ ,

b)  $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$ ,

c)  $f(x) = x \operatorname{arctg} x$ ,

d)  $f(x) = \frac{2}{e^x - 3}$ .

4. Nech  $f: R \rightarrow R$  má deriváciu  $f': R \rightarrow R$ . Určte intervaly monotónnosti a body  $x$ , v ktorých má daná funkcia lokálne extrémny, ak

a)  $f'(x) = e^{x^2-1}(2x + 5)(x + 1)^2(x - 2)$ ,

b)  $f'(x) = e^{x^2-1}(2x + 5)(x + 1)(x - 2)$ .

5. Nech  $f: R \rightarrow R$  má druhú deriváciu  $f'': R \rightarrow R$ . Určte intervaly na ktorých je funkcia  $f$  konvexná a body  $x$ , v ktorých má daná funkcia inflexný bod, ak

a)  $f''(x) = e^{x^2+1}(2x + 5)(x + 1)^2(x - 2)$ ,

b)  $f''(x) = e^{x^2}(2x + 5)(x + 1)(x - 2)$ .

c)  $f'(x) = e^{x^2}(x + 1)$ .

6. Určte  $D(f)$ ,  $D(f')$  a  $D(f'')$  a napíšte Taylorov polynóm  $T_2(f, a, x)$  ak

a)  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ ,  $a = 1$ ,                      b)  $f(x) = \ln x$ ,  $a = 2$ ,

c)  $f(x) = \frac{1 + x + x^2}{1 - x + x^2}$ ,  $a = 0$ ,                      d)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$ ,  $a = 0$

**Postupnosti a rady.**

1. Vypočítajte limity postupností.

a.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 2n^2 - 1}{-2n^2 + 1} \quad [-\infty]$

b.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n^2 - 1}{-2n^2 + 1} \quad [-\frac{1}{2}]$

c.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{3^n} \quad [0]$

d.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 2n^2 - 1}{-2^{2n} + 2^n} \quad [0]$

e.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{2n+1} \quad [e^2]$

f.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n+1} \quad [1/e]$

2. Vypočítajte súčet  $s_n$  prvých  $n$  členov postupnosti  $\{a_k\}_{k=1}^{\infty}$  a  $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$

a.  $a_k = 2k, \quad [s_n = n(n+1) \rightarrow \infty]$

b.  $a_k = -(2k+1) \quad [s_n = -n(n+2) \rightarrow -\infty]$

c.  $a_k = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \quad [s_n = 1 - \frac{1}{n+1} \rightarrow 1]$

d.  $a_k = \frac{5^k}{3^{k+1}} \quad [s_n = \frac{1-(5/3)^n}{-2} \rightarrow \infty]$

e.  $a_k = \ln \frac{k+3}{k+1} \quad [s_n = \ln \frac{(n+2)(n+3)}{6} \rightarrow \infty]$

3. Vypočítajte súčet radov, ak sú konvergentné.

a.  $\sum_{n=1}^{\infty} -3n \quad [\text{diverguje}]$

b.  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{k}{k+1} \quad [\text{diverguje}]$

c.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{3^{n+1}} \quad [-2/15]$

d.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{2n}}{5^{n-1}} \quad [\text{diverguje}]$

e.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1-2^{2n}}{5^n} \quad [-63/20]$