

TÝŽDEŇ 6

1. Vypočítajte limity

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{2x}$ $[e^2]$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+5} \right)^x$ $[e^{-2}]$

2. Zistite, či je funkcia $f(x) = \begin{cases} \sin x & x < 0 \\ \ln(x+1) & x \geq 0 \end{cases}$ spojitá v bode $a = 0$. $[\text{áno}]$

3. Zistite, kde je funkcia $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ \operatorname{arctg} \frac{1}{x} & x > 0 \end{cases}$ spojitá. $[\text{áno}]$

4. Zistite, či je funkcia $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} & x \geq 0, x \neq 1 \\ 1 & x = 1 \end{cases}$ spojitá v bode $a = 1$. $[\text{nie}]$

5. Zistite, či je funkcia

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x} & x \in (-\pi, 0) \cup (0, \pi) \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$
 spojitá v bode $a = 0$. $[\text{áno}]$

6. Určte parameter p tak, aby funkcia

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \leq 2 \\ x^2 + 3px + p^2, & p > 2 \end{cases}$$
 bola spojitá v bode $a = 2$. $[p = -3 \pm \sqrt{7}]$

7. Nájdite maximálne spojité rozšírenie funkcie

a) $f(x) = \frac{x-3}{x^2-2x-3}$ $\left[\frac{1}{x+1}, x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} \right]$

b) $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x^2}$. $\left[f_1(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{1}{x^2} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \right]$