

TÝŽDEŇ 4

1. Nájdite definičný obor funkcie.

a. $f(x) = \sqrt{3x - x^2}$ $[\langle 0, 3 \rangle]$

b. $f(x) = \ln \sqrt{3x - x^2}$ $[(0, 3)]$

c. $f(x) = \frac{1}{e^{2x} - e^x}$ $[R \setminus \{0\}]$

d. $f(x) = \frac{2}{3x^2 + x - 2}$ $[R \setminus \{-1, (2/3)\}]$

e. $f(x) = \arcsin(2 - x)$ $[\langle 1, 3 \rangle]$

d. $f(x) = \arccos \frac{1}{x+1}$ $[(-\infty, -2) \cup \langle 0, \infty \rangle]$

2. Určte definičný obor, inverznú funkciu a obor hodnôt funkcie f a rozhodnite, či je funkcia f zdola alebo zhora ohraničená.

a. $f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$ $[D(f) = R \setminus \{\frac{1}{2}\}, f^{-1}(y) = \frac{y+1}{2y+1}, H(f) = R \setminus \{\frac{1}{2}\}, \text{neohraničená}]$

b. $f(x) = \ln(x-2) + 1$ $[D(f) = (2, \infty), f^{-1}(x) = e^{x-1} + 2, H(f) = R, \text{neohraničená}]$

c. $f(x) = e^{2x+1} - 3$ $[D(f) = R, f^{-1}(y) = -\frac{1}{2} + \ln \sqrt{y+3}, H(f) = (-3, \infty), \text{zdola}]$

d. $f(x) = \sqrt{1 - \ln(x-1)}$ $[(1, 1+e), f^{-1}(y) = 1 + e^{1-y^2}, D(f^{-1}) = H(f) = \langle 0, \infty \rangle, \text{zdola}]$

3. Nájdite zloženú funkciu $F = g \circ f$ a určte $D(F)$

a. $f(x) = x^2 + 1$ $g(x) = \sqrt{x}$ $[F(x) = \sqrt{x^2 + 1}, D(F) = R]$

b. $f(x) = \sin x$ $g(x) = \sqrt{1 - x^2}$ $[F(x) = \sqrt{1 - \sin^2 x}, D(F) = R]$

c. $f(x) = \sqrt{x - x^2}$ $g(x) = \arcsin x$ $[F(x) = \arcsin \sqrt{x - x^2}, D(F) = \langle 0, 1 \rangle]$

4. Funkciu $F(x)$ napíšte ako zloženú funkciu

a. $F(x) = \ln \frac{x}{x+2}$ $[g(x) = \ln x, f(x) = \frac{x}{x+2}, F = g \circ f, D(F) = (-\infty, -2) \cup (0, \infty)]$

b. $F(x) = \sqrt{\sin^3 x}$ $[g(x) = \sqrt{x}, h(x) = x^3, f(x) = \sin x, F = g \circ h \circ f, D(F) = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \langle 2k\pi, (2k+1)\pi \rangle]$

c. $F(x) = e^{x^2-x}$ $[g(x) = x^2 - x, f(x) = e^x, F = g \circ f, D(F) = R]$

d. $F(x) = \operatorname{tg}^3(2x)$ $[g(x) = \operatorname{tg} 2x, f(x) = x^3, F = f \circ g, D(F) = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} : k \in \mathbb{Z}\}]$

5. Zistite, či je funkcia f periodická, ak áno, nájdite (najmenšiu) periódu funkcie f .

a. $f(x) = \operatorname{tg} x + \cos(2x - \frac{\pi}{4})$, $[T = \pi]$

b. $f(x) = x \cos 2x$ $[\text{neperiodická}]$

c. $f(x) = \sin 2x - 2 \cos 3x + 1$ $[T = 2\pi]$

d. $f(x) = 2^{\sin 3x}$ $[T = \frac{2}{3}\pi]$