

MAT1 - TÝŽDEŇ 11, 12

1. Nájdite postupnosť čiastočných súčtov radu, vyšetrite konvergenciu radu. Ak je rad konvergentný, nájdite súčet radu.

$3u = \frac{1}{5} - \frac{1}{u+5}$
 Súčet $S = \frac{1}{5}$

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)(n+5)}$

$S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3}$
 Súčet $S = \frac{5}{6}$

$S_n = 1 - \frac{1}{n+1}$
 $S = 1$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n-1})$ $S_n = \sqrt{2n+1} - 1$
 diverguje do $+\infty$

2. Vyšetrite konvergenciu radu, ak je rad konvergentný, nájdite súčet radu.

geom. $q = -\frac{2}{3}, q = -\frac{2}{3}$
 $S = -\frac{2}{15}$

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{3^{n+1}}$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{2n}}{5^{n-1}}$ $q, \text{ div.}; q = \frac{9}{5} > 1$

$S = -\frac{q}{2}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-2^n}{3^{n-1}}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + (-3)^{n+1}}{2^{2n+1}}$ $S = \frac{8}{7}$

3. Pomocou porovnávacieho kritéria vyšetrite konvergenciu radu (t.j. zistite, či je konvergentný alebo divergentný).

konv.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+2)}}$

div. b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n}{n^2-1}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2+1}$ konv.

konv.

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi}{2^n}\right)$

div. e) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg n}{\sqrt{n}}$ div.

4. Vyšetrite konvergenciu radu.

a) konv.

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{3^n(n+1)!}$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{5^n(n+1)}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{3^{2n+1}}$

b) div.

c) div.

d) div.

f) konv.

d) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{n^2-2n}$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$ e-člový

f) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!}$

5. Vyšetrite konvergenciu radu.

Cauchy 0
 konv.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{n^2}$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n+2}{3n+5}\right)^{2n}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{n+1}\right)^{n^2}$ Cauchy $l=4$ div.

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{n^2}$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^n}$

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n+1}\right)^{n^2}$ e-člový

6. Zistite, či daný rad konverguje a či konverguje absolutne.

konv. relativne (nie abs.)	a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n+1}$	b) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+1}{3n}\right)^n$ konv. absolutne.	
konv. absolutne	c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^2+1}$	d) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+3}{2n+1}$ diverguje	
e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2+3n}$ konv. abs.	f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$ konv. relativne	g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\pi n)}{n}$ konv. relat	h) $\sum_{n=1}^{\infty} \cos n e^{-2n}$ konv. abs.

Mocninové rady

7. Nájdite obor konvergence mocninového radu.

$\langle -1, 3 \rangle$	a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} 2^n} (x-1)^n$	b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n} (x+2)^n$ $(-5, 1)$	c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-10)^n}{(n+1)!}$ $(-\infty, \infty)$
$\langle -1, 1 \rangle$	d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2n+1}$	e) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{5^n} (x-5)^n$ $\sigma = \{5\}$	f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^2} (x-3)^{2n}$ $\langle 2, 7 \rangle; \{3, 25\}$

8. Nájdite interval konvergence mocninového radu a súčet radu.

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3^n}$ $\sigma = (-2, 4)$ $S = \frac{2}{4-x}$	b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (x+2)^n$ $\sigma = (-3, -1)$ $S = -\frac{x+2}{x+3}$	c) $\sum_{n=1}^{\infty} n(x-5)^n$ $\sigma = (4, 6)$
--	---	--