

MAT1 - TÝŽDEŇ 11, 12

1. Nájdite postupnosť čiastočných súčtov radu, vyšetrite konvergenciu radu. Ak je rad konvergentný, nájdite súčet radu.

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)(n+5)}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 4n + 3}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n-1})$

2. Vyšetrite konvergenciu radu, ak je rad konvergentný, nájdite súčet radu.

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{3^{n+1}}$

b)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{2n}}{5^{n-1}}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-2^n}{3^{n-1}}$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + (-3)^{n+1}}{2^{2n+1}}$

3. Pomocou porovnávacieho kritéria vyšetrite konvergenciu radu (t.j. zistite, či je konvergentný alebo divergentný).

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}(n+2)}$

b)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n}{n^2-1}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2+1}$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi}{2^n}\right)$

e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$

f)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{\sqrt{n}}$

4. Vyšetrite konvergenciu radu.

a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{3^n(n+1)!}$

b)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{5^n(n+1)}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{3^{2n+1}}$

d)  $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{n^2-2n}$

e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$

f)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!}$

5. Vyšetrite konvergenciu radu.

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{n^2}$

b)  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n+2}{3n+5}\right)^{2n}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{n+1}\right)^{n^2}$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{n^2}$

e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^n}$

f)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n+1}\right)^{n^2}$

6. Zistite, či daný rad konverguje a či konverguje absolútne.

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n+1}$$

$$\text{b) } \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{2n+1}{3n} \right)^n$$

$$\text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^2+1}$$

$$\text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+3}{2n+1}$$

$$\text{e) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2+3n}$$

$$\text{f) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$$

$$\text{g) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\pi n)}{n}$$

$$\text{h) } \sum_{n=1}^{\infty} \cos n e^{-2n}$$

### Mocninové rady

7. Nájdite obor konvergence mocninového radu.

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}2^n} (x-1)^n$$

$$\text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n} (x+2)^n$$

$$\text{c) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-10)^n}{(n+1)!}$$

$$\text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2n+1}$$

$$\text{e) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{5^n} (x-5)^n$$

$$\text{f) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^2} (x-3)^{2n}$$

8. Nájdite interval konvergence mocninového radu a súčet radu.

$$\text{a) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3^n}$$

$$\text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (x+2)^n$$

$$\text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} n(x-5)^n$$