

Vektory a matice v Matlabe

Úlohy:

Zostrojte v Matlabe matice zadané v nasledujúcich úlohách:

1.

$n = 2 * k$:

1	1/2	1	1/3	1	1/4	1	1/5	...	1	1/n
1/2	2	1/3	2	1/4	2	1/5	...	2	1/n	2
3	1/2	3	1/3	3	1/4	3	1/5	...	3	1/n
1/2	4	1/3	4	1/4	4	1/5	...	4	1/n	4
					
n-1	1/2	n-1	1/3	n-1	1/4	n-1	1/5	...	n-1	1/n
1/2	n	1/3	n	1/4	n	1/5	...	n	1/n	n

Riešenie:

Určíme rozmery matice – riadkov je (párne) n a stĺpcov $2*(n-1)$. Postup budeme ilustrovať na menšej matici s $n=6$. Sformulujeme ho však tak, aby sa dalo dosadiť ľubovoľné n .

a) Najprv zaplníme riadky matice celočíselnými hodnotami:

```
>> n=6; A=(1:n)'*ones(1,2*(n-1))
```

```
A =
     1     1     1     1     1     1     1     1
     2     2     2     2     2     2     2     2
     3     3     3     3     3     3     3     3
     4     4     4     4     4     4     4     4
     5     5     5     5     5     5     5     5
     6     6     6     6     6     6     6     6
```

Tento efekt by sme dosiahli aj inými príkazmi, napr:

```
A=diag(1:n)*ones(n,2*(n-1))    alebo    A=zeros(n,2*(n-1)); for ii=1:n, A(ii,:)=ii; end, A
```

b) Teraz vložíme do matice požadované zlomky ($=a$). Výpis vynikne vo formáte *rat*.

_____ zlomky nepárne riadky párne riadky _____

```
>> format rat
```

```
>> a=1./(2:n); A(1:2:end, 2:2:end)=ones(n/2,1)*a; A(2:2:end, 1:2:end)=ones(n/2,1)*a
```

```
A =
     1     1/2     1     1/3     1     1/4     1     1/5     1     1/6
    1/2     2     1/3     2     1/4     2     1/5     2     1/6     2
     3     1/2     3     1/3     3     1/4     3     1/5     3     1/6
    1/2     4     1/3     4     1/4     4     1/5     4     1/6     4
     5     1/2     5     1/3     5     1/4     5     1/5     5     1/6
    1/2     6     1/3     6     1/4     6     1/5     6     1/6     6
```

Ide to samozrejme aj s použitím cyklov, postup je však menej prehľadný.

2.

$$\begin{pmatrix} 1 & \pi & 2 & \pi & 3 & \pi & 4 & \pi & 5 & \dots & \pi & n \\ \pi & 2 & \pi & 3 & \pi & 4 & \pi & 5 & \pi & \dots & n & \pi \\ 2 & \pi & 3 & \pi & 4 & \pi & 5 & \pi & 6 & \dots & \pi & n+1 \\ \pi & 3 & \pi & 4 & \pi & 5 & \pi & 6 & \pi & \dots & n+1 & \pi \\ \dots & & & & \dots & & & & \dots & & & \\ n & \pi & n+1 & \pi & n+2 & \pi & n+3 & \pi & n+4 & \dots & \pi & 2n-1 \end{pmatrix}$$

Riešenie:

Určíme rozmery matice – riadkov aj stĺpcov je $2n-1$. Postup budeme ilustrovať na matici s $n=5$, je však platný univerzálne pre akékoľvek n .

a) Najprv zaplníme maticu celočíselnými číslom π :

```
>> n=5; A=pi*ones(2*n-1)
```

```
A =  
    3.1416    3.1416    ...  
    3.1416    3.1416    ...  
    ...
```

b) Vyrobíme si pomocnú maticu P.

```
>> Q=[1:n; ones(n-1,n)], P=cumsum(Q)
```

```
Q =  
    1    2    3    4    5  
    1    1    1    1    1  
    1    1    1    1    1  
    1    1    1    1    1  
    1    1    1    1    1  
P =  
    1    2    3    4    5  
    2    3    4    5    6  
    3    4    5    6    7  
    4    5    6    7    8  
    5    6    7    8    9
```

P možno vyrobiť aj cyklom, napr. `>> P=zeros(n); a=1:n; for ii=1:n, P(ii,:)=a+(ii-1); end`

c) Dvojmo vložíme P do matice A:

```
_____ nepárne riadky _____ párne riadky _____  
>> A(1:2:end,1:2:end)=P; A(2:2:end,2:2:end)=P(1:end-1,2:end)
```

```
A =  
    1.0000    3.1416    2.0000    3.1416    3.0000    3.1416    4.0000    3.1416    5.0000  
    3.1416    2.0000    3.1416    3.0000    3.1416    4.0000    3.1416    5.0000    3.1416  
    2.0000    3.1416    3.0000    3.1416    4.0000    3.1416    5.0000    3.1416    6.0000  
    3.1416    3.0000    3.1416    4.0000    3.1416    5.0000    3.1416    6.0000    3.1416  
    3.0000    3.1416    4.0000    3.1416    5.0000    3.1416    6.0000    3.1416    7.0000  
    3.1416    4.0000    3.1416    5.0000    3.1416    6.0000    3.1416    7.0000    3.1416  
    4.0000    3.1416    5.0000    3.1416    6.0000    3.1416    7.0000    3.1416    8.0000  
    3.1416    5.0000    3.1416    6.0000    3.1416    7.0000    3.1416    8.0000    3.1416  
    5.0000    3.1416    6.0000    3.1416    7.0000    3.1416    8.0000    3.1416    9.0000
```

3.

$$\begin{vmatrix} 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1/5 & 1/6 & \dots & 1/n \\ 2/3 & 2/4 & 2/5 & 2/6 & 2/7 & \dots & 2/n \\ 3/4 & 3/5 & 3/6 & \dots & & & 3/n \\ \dots & \dots & & \dots & & & \\ n/(n+1) & n/(n+2) & n/(n+3) & \dots & & & n/(2n-1) \end{vmatrix}$$

Riešenie:

Určíme rozmery matice – riadkov je n a stĺpcov $n-1$. Postup budeme ilustrovať na matici s $n=6$, je však platný univerzálne pre akékoľvek n .

Postup bez použitia cyklov:

a) Vyrobitíme maticu čitateľov:

```
>> n=6; C=(1:n)*ones(1,n-1)
```

```
C =  
    1    1    1    1    1  
    2    2    2    2    2  
    3    3    3    3    3  
    4    4    4    4    4  
    5    5    5    5    5  
    6    6    6    6    6
```

b) Vyrobitíme maticu menovateľov:

```
>> Q=[2:n; ones(n-1)]; P=cumsum(Q)
```

```
P =  
    2    3    4    5    6  
    3    4    5    6    7  
    4    5    6    7    8  
    5    6    7    8    9  
    6    7    8    9   10  
    7    8    9   10   11
```

c) Podelíme. Matlab zlomky vykrátí...

```
>> format rat, C./P
```

```
ans =  
    1/2    1/3    1/4    1/5    1/6  
    2/3    1/2    2/5    1/3    2/7  
    3/4    3/5    1/2    3/7    3/8  
    4/5    2/3    4/7    1/2    4/9  
    5/6    5/7    5/8    5/9    1/2  
    6/7    3/4    2/3    3/5    6/11
```

Postup s použitím dvoch cyklov: (vybraný zo študentských prác)

```
>> for i=1:n, for j=1:n-1, A(i,j)=(i/(i+j));end ,end, A
```

4.

A =

1	2	3	4	5	6	...	n
2	2	3	4	5	6	...	n
3	3	3	4	5	6	...	n
4	4	4	4	5	6	...	n
5	5	5	5	5	6	...	n
...
n	n	n	n	n	n	...	n

Riešenie:

Riadkov aj stĺpcov je n . Postup budeme ilustrovať na matici s $n=6$.

Postup bez použitia cyklov:

Maticu A zostavíme z dvoch jednoduchších matíc:

a) `>> n=6; P=ones(n,1)*(1:n)`

P =

1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6

b) `>> Q1=diag(ones(1,n-1)); Q=cumsum(cumsum(Q1))`

Q =

1	0	0	0	0
2	1	0	0	0
3	2	1	0	0
4	3	2	1	0
5	4	3	2	1

c) Maticu Q pripočítame do ľavého dolného rohu P:

`>> P(2:end,1:end-1)=P(2:end,1:end-1)+Q; A=P`

A =

1	2	3	4	5	6
2	2	3	4	5	6
3	3	3	4	5	6
4	4	4	4	5	6
5	5	5	5	5	6
6	6	6	6	6	6

Postupy s použitím dvoch cyklov: (vybrané zo študentských prác)

1. `>> A=ones(n,n); for ii=1:n, A(ii,:)=ones(1,n)*ii; A(:,i)=ones(n,1)*ii; end, A`

2. `>> A=[]; for ii=1:n, A=[A;1:n]; end, for ii=1:n, A(ii,1:ii)=ii; end, A`

Riešenia v nasledujúcich príkladoch krokujte po riadkoch a skúste porozumieť, čo sa deje.

Zostrojte v ML maticu A s rozmermi $2^n \times 2^n$.

```

      1 2 3 4 5 6 7 ...           ... 2^n
      2 2 0 2 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 2 ... 2
      1 2 3 4 5 6 7 ...           ... 2^n
A=    4 4 0 4 0 0 0 4 0 0 0 0 0 0 0 4 ... 4
      1 2 3 4 5 6 7 ...           ... 2^n
      6 6 0 6 0 0 0 6 0 0 0 0 0 0 0 6 ... 6
      ...           ...           ...
      ? ? 0 ? 0 0 0 ? 0 0 0 0 0 0 0 ? ... ?

```

Riešenie:

```

n=4; k=2^n;
a=ones(k/2,1)*(1:k)
r=zeros(1,k); s=2.^(0:n); r(s)=1
A=(1:k)'*r; A(1:2:end,:)=a

```

Postup je použiteľný pre ľubovoľné n.

Zostrojte v ML maticu A s rozmermi $2^n \times 2^n$.

```

      0 1 0 2 0 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 4 ... n
      0 1 0 2 0 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 4 ... n
      1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ... 1
      0 1 0 2 0 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 4 ... n
      2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 ... 2
A=    2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 ... 2
      2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 ... 2
      0 1 0 2 0 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 4 ... n
      3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 ... 3
      ...           ...           ...
      0 1 0 2 0 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 4 ... n

```

Riešenie:

```

n=4; k=2^n;
r=zeros(1,k); s=2.^(0:n); w=0:n; r(s)=w
u=1:k; v=floor(log2(u)); A=v'*ones(1,k)
t=ones(n+1,1)*r; A(s,:)=t

```

Postup je použiteľný pre ľubovoľné n.

Zostrojte v ML maticu A.

```
A=
1 1 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 ... 1
1 2 2 3 3 3 4 4 4 4 5 5 5 5 5 6 ... n
2 2 0 2 0 0 2 0 0 0 2 0 0 0 0 2 ... 2
1 2 2 3 3 3 4 4 4 4 5 5 5 5 5 6 ...
3 3 0 3 0 0 3 0 0 0 3 0 0 0 0 3 ... 3
1 2 2 3 3 3 4 4 4 4 5 5 5 5 5 6 ...
... ..
n n 0 n 0 0 n 0 0 0 n 0 0 0 0 n ... n
1 2 2 3 3 3 4 4 4 4 5 5 5 5 5 6 ... n
```

Riešenie:

```
n=7; s=[1,1:n-1], t=cumsum(s)
x=[]; x(t)=ones(1,n)
A=ones(2*n,1)*x
y=cumsum(x)
A(2:2:end,:)=B
```

Postup je použiteľný pre ľubovoľné n.

Zostrojte v ML maticu A.

```
A=
1 2 0 3 0 0 4 0 0 0 5 0 0 0 0 6 ... n
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ... 1
1 2 0 3 0 0 4 0 0 0 5 0 0 0 0 6 ... n
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 ... 3
1 2 0 3 0 0 4 0 0 0 5 0 0 0 0 6 ... n
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 ... 5
... ..
1 2 0 3 0 0 4 0 0 0 5 0 0 0 0 6 ... n
n n n n ... .. ... n
```

Riešenie:

```
n=7; s=[1,1:n-1], t=cumsum(s)
x=[]; x(t)=1:n
A=(0:n)*ones(1,length(x))
q=ceil((n+1)/2); p=ones(q,1)*x
A(1:2:end,:)=p
```

Postup je použiteľný pre ľubovoľné n.

Poznámka: pre nepárne n matica vyzerá presne podľa zadania, ale pre párne n bude posledným riadkom

1 2 0 3 0 0 4 0 0 0 5 0 0 0 0 6 ... n