Do automobilky majú oceliarne dodávať denne 500 ton ocele. Zmluvný záväzok sa im darí plniť v súlade s Gaussovým rozdelením N(500,100). Na výrobu 1 auta je potrebných 0,5 tony ocele. Výrobná kapacita závodu nie je obmedzená a závisí len od dodávok ocele.
Málo pravdepodobné záporné hodnoty rozdelenia môžeme chápať ako typ sankcie. Nespotrebovaná oceľ na konci dňa (<0,5 tony) sa môže zlikvidovať alebo použiť na ďalší deň –v každej z úloh o tom rozhodujete VY.

Aká je pravdepodobnosť, že:

a/ za deň sa vyrobí presne 1000 áut?
b/ za týždeň (7 dní) sa vyrobí viac ako 7500 automobilov?
c/ päť dní z týždňa sa prekročí denný plán 1000 vyrobených áut?
d/ pri poruchovosti 1% bude z 1000 áut aspoň 993 bez poruchy?
e/ pri poruchovosti 1% bude dňa 28. 4. celá produkcia bez poruchy?

Riešte samostatne – vzorové riešenie si pozrite až potom.

a/ za deň sa vyrobí presne 1000 áut?

Denný štandard 500 ton znamená 1000 vyrobených automobilov za deň. Rovnako však bude 1000 automobilov aj vtedy, ak ocele bude síce viac ako 500, ale menej ako 500,5 tony. Pravdepodobnosť „oceľového" intervalu [500,500.5) je odpoveďou na položenú otázku.

Využijeme „matlabovský" tvar distribučnej funkcie pre normované normálne rozdelenie (http://matika.elf.stuba.sk/KMAT/NSMzs?action=AttachFile&do=get&target=OdhadMi.pdf)

```
>> F=inline('0.5*erf(sqrt(0.5)*x)+0.5');
>> p=F((500.5-500)/10)-F((500-500)/10)
```

resp.

```
>> p=F(0.05)-F(0)

p =    0.0199
```

Hľadaná pravdepodobnosť je zhruba 2%.

---

b/ za týždeň (7 dní) sa vyrobí viac ako 7500 automobilov?

Predpokladáme, že nespotrebovaný „do-pol-tonový" zvyšok ocele sa presunie do ďalšieho dňa. Tak môžeme úlohu riešiť skúmamím novej náhodnej veličiny, ktorá je súčtom 7 náhodných veličín zo zadania. Jej rozdelenie je N(3500, 700) a my sa jej „opýtame" na pravdepodobnosť, že sa za 7 dní vyrobí najviac 7500 automobilov, tj. oceliareň dodala za týždeň **menej** ako 7500/2+0,5 ton ocele.

```
>> format long e
>> t=7500/2+0.5; s=sqrt(700);
>> F((t-3500)/s)
ans = 1
```

Napriek formátu long e je výsledkom číslo, ktoré je v Matlabe neodlíšiteľné od 1. Hľadaná pravdepodobnosť je teda „prakticky" nulová.

Preformulujte (tj. zmeňte číslo 7500) znenie úlohy b) tak, aby bola hľadaná pravdepodobnosť medzi 0.1-0.2.

---

c/ päť dní z týždňa sa prekročí denný plán 1000 vyrobených áut?

Predpokladáme, že nespotrebovaná oceľ sa likviduje, vracia dodávateľovi, alebo sa zarátava k dodávkam na ďalší deň.

Pravdepodobnosť, že v jeden deň sa prekročí denný plán, znamená pravdepodobnosť dodávky aspoň 500,5 ton ocele:

```
>> p=1-F(0.05)        % 0.05 je (500.5-500)/10

p =   4.800611941616275e-001
```

Týždeň má 7 dní a z nich vybrať 5 sa dá „7 nad 5“ spôsobmi. Odpoveďou na otázku (reč je presne 5 dňoch, nie *aspoň* ani *najviac*) teda bude

```
>> 7*6/2*p^5*(1-p)^2

ans =   1.447460646747835e-001
```

Je to zhruba 14,5 percenta.

---

d/ pri poruchovosti 1% bude z 1000 áut aspoň 993 bez poruchy?

Pri 1000 autách 1% znamená 10 kusov. Aspoň 993 bez poruchy z 1000 kusov znamená počet chybných medzi 0 a 7. Poisson poradí:

```
>> L=10; q=exp(-L); s=q; for i=1:7, q=q*L/i; s=s+q; end, s

s =   2.202206466016989e-001
```

Je to asi 22%.

---

e/ pri poruchovosti 1% bude dňa 28. 4. celá produkcia bez poruchy?

Denná produkcia môže byť rôzna. Aby sme sa nezdržovali situáciami, ktoré sú prakticky nereálne, berme do úvahy len takú dennú produkciu, ktorá má pravdepodobnosť v Matlabe odlíšiteľnú od nuly. Dopúšťame sa tým minimálnej chyby, ktorá sa na výsledku neprejaví (pri presnosti a rozsahu mantisy Matlabu).

Záporné čísla nás nezaujímajú a smerom hore si tipneme, že dodávka viac ako 1000 ocele za deň je prakticky nereálna. Ak je náš tip chybný, bude možnosť ho napraviť – hneď však uvidíme, že sme tipovali s riadnou rezervou.

```
>> x=0:0.5:1000; Fx=F((x-500)/10);
>> P=Fx(2:end)-Fx(1:end-1); nn=find(P);
>> x([min(nn),max(nn)])

ans =   4.165000000000000e+002   5.825000000000000e+002
```

Nenulová pravdepodobnosť (z pohľadu ML) sa začína pri 416.5-417 tonách a končí sa pri 582.5-583 tonách.

Denná dodávka ocele: `>> x=416.5:0.5:583;`
Počet vyrobených automobilov: `>> y=2*x(1:end-1);`
Pravdepodobnosť týchto počtov: `>> Fx=F((x-500)/10); P=Fx(2:end)-Fx(1:end-1);`
Očakávaný počet (1%) chybných: `>> L=0.01*y;`
Pravdepodobnosť, že v konkrétnej dennej produkcii nebude chybný kus: `>> p0=exp(-L);`
Pravdepodobnosť, že v dennej produkcii (nech bola akákoľvek) nebol chybný kus: `>> P*p0'`

```
ans = 4.654942841160875e-005
```

Pravdepodobnosť nulovej dennej chybovosti je mizivá.

//

Iný postup:
Vyššie uvedený postup je síce pedantný, ale azda príliš zložitý. Rozmedzie, v ktorom sa pohybuje denná produkcia, nie je veľké, navyše odchýlky od stredu rýchlo strácajú pravdepodobnosť. Pracujme teda so strednou dennou produkciou 1000 áut a očakávanou chybovosťou 10 ks. Pri tomto priemernom vstupe vyjde pravdepodobnosť bezchybnosti:

```
>> exp(-10)

ans =    4.539992976248485e-005
```

Rozdiel oproti vyššie uvedenému presnému výsledku nie je zásadný a naším zjednodušením sa nedopúšťame veľkej chyby. Avšak pozor – čím väčší rozptyl by malo normálne rozdelenie charakterizujúce dodávky ocele, tým by chyba bola väčšia.

■■