Písomky z piatka

Riešenie pre T=12

1.

Vzácny kvet rozkvitá v časovom období [0,**T**] dní. Moment otvorenia konkrétneho kvetu je náhodná veličina určená funkciou hustoty:

$$\mathbf{f = c/\pi * (Tx-x^2)^{1/2}} \quad \text{na } \mathbf{[0,T]}, \text{ inde } \mathbf{0}.$$

Kvet presne 5 dní po rozkvitnutí okamžite zvädne. V čase 0 bolo na lúke **90** pukov.

a) Určte konštantu c tak, aby **f** vyhovovala základným požiadavkám na funkciu hustoty.

```
>> f0=inline('(12*x-x.^2).^0.5/pi');
>> cinv=quad(f,0,12)

cinv =    18.0000

>> f=inline('(12*x-x.^2).^0.5/pi/18');
```

b) Aká je pravdepodobnosť, že v čase T/2 +1 ešte aspoň polovica kvetov vôbec nerozkvitla?

Pravdepodobnosť, že kvet ešte nerozkvitol = pravd. že rozkvitne až po termíne T/2+1:

```
p=quad(f,t/2+1,t)

      p =  0.3944
```

Aspoň polovica, to je 45 a viac.

```
q=(1-p)^90; s=q;
for k=1:90; q=q/k*(91-k)*p/(1-p); s=[s,q]; end
s2=sum(s(45:90))

      s2 =  0.0432
```

– Počítame tak, aby sme sa vyhli hláškam o obmedzenej presnosti. Napriek tomu výpočet nie je dosť efektívny, cyklus má zbytočne veľa iterácií. Ako sa to dá napraviť?

c) V priebehu ktorého dňa (celočíselný interval dĺžky 1) sa očakáva najviac odkvitnutí?

Najviac odkvitnutí – 5 dní po dni s najväčším počtom rozkvitnutí. Vzhľadom na charakter funkcie hustoty je zrejmé že najviac sa kvitne v strede periódy (deň pred a po T/2), takže najviac odkvitnutí bude v dňoch [T/2+4,T/2+5] a [T/2+5, T/2+6].

2.

a) ako v 1

b) Koľko kvetov by mohlo byť v čase **T** ešte otvorených? (najpravdepodobnejší scenár)

Ide okvety, ktoré rozkvitli v čase T/2-5 až T/2. Presný postup:
Zistíme si pravdepodobnosť, že jeden kvet bude v danom čase rozkvitnutý. Potom vyrátame pravdepodobnosť, že bude rozkvitnutých k kvetov pre všetky prijateľné k. Vyberieme najväčšiu hodnotu.

```
p=quad(f,t-5,t)
q=(1-p)^90; s=q;
for k=1:90; q=q/k*(91-k)*p/(1-p); s=[s,q]; end
[m i]=max(s); m, kolko=i-1
```

12: p = 0.39438512796647
kolko = 35

Jednoduchší postup:
Dá sa uvažovať aj inak. Ak mám pravdepodobnosť p (vyrátaná vyššie), p*n bude stredná hodnota očakávaných výsledkov. Nie sme ďaleko od pravdy, ak najbližšie celé číslo k p*n budeme považovať za najpravdepodobnejší scenár – bolo by však vhodné sa o tom ubezpečiť výpočtom zopár pravdepodobností z okolia podľa Poissonovho rozdelenia.

c) Včely v časoch T/2-1 a T/2+5 zozbierajú nektár zo všetkých práve rozkvitnutých kvetov. Aká je pravdepodobnosť, že takto navštívia spolu aspoň 70 kvetov?

Pravdepodobnosť, že kvet bude rozkvitnutý v čase 5 alebo 11:

```
pp=quad(f,t/2-6,t/2-1)+quad(f,t/2,t/2+5)
```

pp = 0.85458262531308

Aspoň 70 znamená od 70 do 90.

```
q=(1-pp)^90; ss=q;
for k=1:90; q=q/k*(91-k)*pp/(1-pp); ss=[ss,q]; end
su=sum(ss(70:90))
```

su = 0.99113073129204

Poznámka: Upravte uvedený cyklus tak, aby nepočítal hodnoty, ktoré nepotrebujeme.

3

a) ako v 1

b) Aká je pravdepodobnosť, že v čase **T/2+1** bude aspoň 40 kvetov rozkvitnutých?

```
p=quad(f,t/2-4,t/2+1)
q=(1-p)^90; s=q;
for k=1:90; q=q/k*(91-k)*p/(1-p); s=[s,q]; end
asp40=sum(s(40:90))
```

p = 0.49605892291420
asp40 = 0.90261158476184

Poznámka: Upravte uvedený cyklus tak, aby nepočítal hodnoty, ktoré nepotrebujeme.

c) Včely chodia na lúku dvakrát. V akých časoch (obmedzte sa na celočíselné hodnoty) majú ísť, aby navštívili čo najviac rôznych kvetov?

Stačí úvaha.
1. Nemá zmysel, aby chodili v dni, ktoré sú k sebe bližšie než 5. (prečo?)
2. V deň, keď včela príde, žne úrodu za celý predchádzajúci 5-dňový interval.
3. Najbohatšie 5-dňové intervaly sú tie okolo stredu – [T/2-5,T/2] a [T/2,T/2+5].

Odpoveď: sú to časy T/2 a T/2+5 (konce dvoch najbohatších intervalov).