

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	Σ	Sem.	$\Sigma\Sigma$	Známka

- (1) (7 bodov)
- Definujte prienik a rozdiel množín.
 - Dokážte alebo vyvráťte: pre všetky množiny A, B, C platí:
 - $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$
 - $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$
 - $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$
- (2) (7 bodov) Nech \mathbb{N} je množina všetkých prirodzených čísel. Označme $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ množinu všetkých zobrazení z \mathbb{N} do \mathbb{N} .
- Definujte operáciu skladania zobrazení $\circ : \mathbb{N}^{\mathbb{N}} \times \mathbb{N}^{\mathbb{N}} \rightarrow \mathbb{N}^{\mathbb{N}}$.
 - Nájdite jednotkový prvok grupoidu $(\mathbb{N}^{\mathbb{N}}, \circ)$.
 - Dokážte, že $(\mathbb{N}^{\mathbb{N}}, \circ)$ nie je grupa.
- (3) (7 bodov) Nech $d(X, Y)$ označuje vzdialenosť bodov X, Y v rovine. Nech F_1, F_2 sú nejaké dva fixné body v rovine, $F_1 \neq F_2$. Definujme na množine všetkých bodov v rovine relácie ρ, θ takto:
- $A\rho B$ práve vtedy, keď $d(A, F_1) = d(B, F_2)$.
 - $A\theta B$ práve vtedy, keď $d(A, F_1) + d(A, F_2) = d(B, F_1) + d(B, F_2)$.
- Zistite, či sú ρ, θ ekvivalencie.
- (4) (7 bodov) Uvažujme jazyk $0, 1, +, \cdot$ a jeho obvyklú interpretáciu pomocou \mathbb{N} .
- Napíšte v tomto jazyku formulu, ktorá definuje binárny predikát $>$.
 - Napíšte v tomto jazyku formulu, ktorá definuje unárny funkčný symbol $f(n)$, ktorý je pre každé n rovný 3^n .
 - Pomocou týchto symbolov napíšte formulu, ktorá znamená „ $\{f(n)\}_{n=0}^{\infty}$ je rastúca postupnosť“.
- (5) (10 bodov) Pre slovo \mathbf{w} označuje \mathbf{w}^R obrátené slovo. Napríklad: $0101^R = 1010$, $kobyła^R = alybok$.
- Napíšte Turingov stroj, ktorý pre vstupné slovo \mathbf{w} z $\{a, b\}^+$ dá na výstupe nejaké slovo obsahujúce niekde znak 1 (a nikde znak 0), ak $\mathbf{w} = \mathbf{w}^R$ a nejaké slovo obsahujúce niekde znak 0 (a nikde znak 1) ak $\mathbf{w} \neq \mathbf{w}^R$.
 - Popíšte stručne a výstižne jednotlivé fázy výpočtu vášho Turingovho stroja, jeho stavy a prechodovú funkciu.
 - Napíšte prvých 7 krokov výpočtu vášho Turingovho stroja na vstupnom slove $ababa$.
- (6) (6 bodov) V gramatike s pravidlami

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow AABS \\
 S &\rightarrow \lambda \\
 AB &\rightarrow BAAA \\
 BA &\rightarrow AB \\
 AAAA &\rightarrow \lambda \\
 B &\rightarrow b \\
 A &\rightarrow a
 \end{aligned}$$

odvoďte slovo $aabb$. Vysvetlite, prečo slovo $aaabb$ nepatrí do jazyka generovaného touto gramatikou.

(7) (8 bodov)

- (a) Definuje izomorfizmus grafov.
- (b) Pre každé dva z nasledujúcich grafov vyšetrite, či sú izomorfné. Ak sú izomorfné, zostrojte zložku izomorfizmu týkajúcu sa vrcholov. Ak nie sú, dokážte, že izomorfizmus neexistuje.

(8) (8 bodov) Nájdite kosťu grafu prehľadávaním do hĺbky a do šírky. Poradie vrcholov je abecedné.