

Skupina A

- (1) Dokážte alebo vyvráťte: pre všetky množiny X, Y, Z platí
- (a) $X \setminus (Y \cap Z) = (X \setminus Y) \cap (X \setminus Z)$;
 - (b) $X \setminus (Y \cap Z) = (X \setminus Y) \cup (X \setminus Z)$.

- (2) Dokážte matematickou indukciou: pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

$$\sum_{i=0}^n i \cdot 3^i = \frac{(2n-1) \cdot 3^{n+1} + 3}{4}.$$

Pripomínam, že $0 \in \mathbb{N}$.

- (3) Nech $\rho \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ je daná takto:

$$a \rho b :\Leftrightarrow a + b \in \mathbb{Q}$$

Zistite, či je ρ reflexívna, symetrická, antisymetrická, tranzitívna.

- (4) Nech \sim je ekvivalencia na množine \mathbb{R}^2 daná takto:

$$(a_1, a_2) \sim (b_1, b_2) :\Leftrightarrow a_1 + a_2 = b_1 + b_2$$

Nakreslite, ako vyzerá \mathbb{R}^2 / \sim a vyznačte triedy ekvivalencie $[(0, 0)]_{\sim}$, $[(-3, 1)]_{\sim}$.

- (5) Nech $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ a nech

$P = \{(x_1, x_2) \in A \times A : \text{zvyšok po delení } x_1 + x_2 \text{ číslom } 3 \text{ je } 1\}$.

Čiastočné usporiadanie na P je dané takto:

$$(x_1, x_2) \leq (y_1, y_2) :\Leftrightarrow (x_1 \leq y_1) \wedge (x_2 \leq y_2)$$

Nakreslite diagram posetu (P, \leq) a nájdite minimálne, maximálne, najmenšie a najväčšie prvky.

Skupina B

- (1) Dokážte alebo vyvráťte: pre všetky množiny X, Y, Z platí
- (a) $X \setminus (Y \cup Z) = (X \setminus Y) \cup (X \setminus Z)$;
 - (b) $X \setminus (Y \cup Z) = (X \setminus Y) \cap (X \setminus Z)$.

- (2) Dokážte matematickou indukciou: pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

$$\sum_{i=0}^n i \cdot 3^i = \frac{(2n-1) \cdot 3^{n+1} + 3}{4}.$$

Pripomínam, že $0 \in \mathbb{N}$.

- (3) Nech $\rho \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ je daná takto:

$$a \rho b :\Leftrightarrow a \cdot b \in \mathbb{Q}$$

Zistite, či je ρ reflexívna, symetrická, antisymetrická, tranzitívna.

- (4) Nech \sim je ekvivalencia na množine \mathbb{R}^2 daná takto:

$$(a_1, a_2) \sim (b_1, b_2) :\Leftrightarrow a_1 - a_2 = b_1 - b_2$$

Nakreslite, ako vyzerá \mathbb{R}^2 / \sim a vyznačte triedy ekvivalencie $[(0, 0)]_{\sim}$, $[(-3, 1)]_{\sim}$.

- (5) Nech $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ a nech

$P = \{(x_1, x_2) \in A \times A : \text{zvyšok po delení } x_1 + x_2 \text{ číslom } 3 \text{ je } 2\}$.

Čiastočné usporiadanie na P je dané takto:

$$(x_1, x_2) \leq (y_1, y_2) :\Leftrightarrow (x_1 \leq y_1) \wedge (x_2 \leq y_2)$$

Nakreslite diagram posetu (P, \leq) a nájdite minimálne, maximálne, najmenšie a najväčšie prvky.