

DISKRÉTNÁ MATEMATIKA A LOGIKA – PŘÍKLADY

6. LOGIKA

Uvažujme jazyk $\{0, 1, +, \cdot\}$ a jeho obvyklú interpretáciu pomocou \mathbb{N} . Pri vytváraní formúl definujúcich nové symboly môžete postupovať hierarchicky a používať predikátové a funkčné symboly, ktoré ste už definovali.

- (1) Napíšte formulu, ktorá definuje binárny predikát \leq .
- (2) Napíšte formulu, ktorá definuje binárny predikát $<$.
- (3) Napíšte formulu, ktorá definuje binárny predikát $|$ ($a|b$ znamená „ a delí b “).
- (4) Napíšte formulu s premennými x, y ktorá je pravdivá práve vtedy, keď x, y sú nesúdeliteľné.
- (5) Napíšte formulu, ktorá definuje unárny predikát $prime(n)$, ktorý je pravdivý práve vtedy, keď n je prvočíslo.
- (6) Napíšte formulu, „Množina prvočísel je zhora neohraničená.“
- (7) Napíšte formulu, „Každé číslo, ktoré nie je prvočíslo, je deliteľné nejakým menším prvočíslom.“
- (8) Presvedčte sa, že tvrdenie poslednej formule nie je pravdivé. Zmeňte formulu tak, aby pravdivá bola.
- (9) Napíšte formulu, ktorá definuje binárny funkčný symbol $nsd(a, b)$, ktorý je vždy rovný najväčšiemu spoločnému deliteľu čísel a, b .
- (10) Napíšte formulu, ktorá definuje binárny funkčný symbol $nsn(a, b)$, ktorý je vždy rovný najmenšiemu spoločnému násobku čísel a, b .
- (11) Aký je vzťah medzi $nsd(a, b)$ a $nsn(a, b)$? Objavte ho a zapíšte ho ako formulu.
- (12) Napíšte formulu, ktorá definuje unárny funkčný symbol $n!$ (faktoriál).
- (13) Napíšte formulu, ktorá definuje binárny funkčný symbol $mod(a, b)$, „zvyšok po delení čísla a číslom b “.