

Skupina A

- (1) Uvažujme jazyk $0, 1, +, \cdot$ a jeho obvyklú interpretáciu pomocou \mathbb{N} .
 - (a) Napište formulu, ktorá definuje binárny predikát $<$.
 - (b) Napište formulu, ktorá definuje unárny predikát $even(\cdot)$, ktorý je pravdivý práve pre párny argument.
 - (c) Pomocou týchto predikátov napíšte formulu, ktorá znamená „Množina všetkých nepárnych čísel je zhora neohraničená”.
- (2) (a) Napište Turingov stroj, ktorý pre vstupné slovo tvaru $a^n b^m$, $n, m \in \mathbb{N}^+$ dá na výstupe nejaké slovo s posledným znakom 1, ak $n \geq m$ a nejaké slovo s posledným znakom 0, ak $n < m$.
 - (b) Popíšte stručne a výstižne jednotlivé fázy výpočtu vášho Turingovho stroja, jeho stavy a prechodovú funkciu.
 - (c) Napište prvých 5 krokov výpočtu vášho Turingovho stroja na vstupnom slove $aabbb$.
- (3) V gramatike s pravidlami

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aBScc \\ S &\rightarrow SBc \\ S &\rightarrow \lambda \\ Ba &\rightarrow aB \\ B &\rightarrow b \end{aligned}$$

odvodte slovo $aabbbccccc$. Napište nejaké slovo tvaru $a^n b^m c^k$, ktoré nepatrí do jazyka generovaného touto gramatikou a vysvetlite prečo.

Skupina B

- (1) Uvažujme jazyk $0, 1, +, \cdot$ a jeho obvyklú interpretáciu pomocou \mathbb{N} .
 - (a) Napište formulu, ktorá definuje binárny predikát $>$.
 - (b) Napište formulu, ktorá definuje unárny predikát $odd(\cdot)$, ktorý je pravdivý práve pre nepárny argument.
 - (c) Pomocou týchto predikátov napíšte formulu, ktorá znamená „Množina všetkých párnych čísel je zhora neohraničená”.
- (2) (a) Napište Turingov stroj, ktorý pre vstupné slovo tvaru $a^n b^m$, $n, m \in \mathbb{N}^+$ dá na výstupe nejaké slovo s posledným znakom 1, ak $n \leq m$ a nejaké slovo s posledným znakom 0, ak $n > m$.
 - (b) Popíšte stručne a výstižne jednotlivé fázy výpočtu vášho Turingovho stroja, jeho stavy a prechodovú funkciu.
 - (c) Napište prvých 5 krokov výpočtu vášho Turingovho stroja na vstupnom slove $aabbb$.
- (3) V gramatike s pravidlami

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ccSBa \\ S &\rightarrow cBS \\ S &\rightarrow \lambda \\ aB &\rightarrow Ba \\ B &\rightarrow b \end{aligned}$$

odvodte slovo $ccccbbba$. Napište nějaké slovo tvaru $c^k b^m a^n$, které nepatří do jazyka generovaného touto gramatikou a vysvětlíte proč.