

Stabilita triviálneho riešenia - cvičenia

Vyšetrite Ljapunovskú stabilitu, alebo asymptotickú stabilitu triviálneho riešenia nasledujúcich systémov:

$$\begin{array}{lll}
 1) \begin{cases} x_1' = x_2, \\ x_2' = -2x_1 - 3x_2. \end{cases} & 2) \begin{cases} x_1' = x_2, \\ x_2' = 3x_1 + 2x_2 \end{cases} & 3) \begin{cases} x_1' = -3x_2, \\ x_2' = 3x_1 \end{cases} \\
 4) \begin{cases} x_1' = -x_2, \\ x_2' = 2x_1 - 3x_2. \end{cases} & 5) \begin{cases} x_1' = 4x_1 - 3x_2, \\ x_2' = 6x_1 - 5x_2 \end{cases} & 6) \begin{cases} x_1' = x_1 + x_2, \\ x_2' = -x_1 + x_2 \end{cases}
 \end{array}$$

Určte množinu parametrov p, q tak, aby triviálne riešenie systému bolo Ljapunovsky stabilné resp. asymptoticky stabilné

$$\begin{array}{lll}
 7) \begin{cases} x_1' = x_1 + px_2 \\ x_2' = qx_1 - x_2. \end{cases} & 8) \begin{cases} x_1' = px_1 + qx_2, \\ x_2' = x_1 + px_2 \end{cases} & 9) \begin{cases} x_1' = px_1 + qx_2, \\ x_2' = -qx_1 + (p-2)x_2 \end{cases}
 \end{array}$$

Vyšetrite stabilitu lineárnych systémov s premennými koeficientami :

$$\begin{array}{lll}
 10) \begin{cases} x_1' = x_2 \\ x_2' = -(a^2 + \frac{b}{t^2})x_1 \end{cases} & 11) \begin{cases} x_1' = t^{-2}x_1 + x_2, \\ x_2' = -16x_1 + e^{-t}x_2 \end{cases} & 12) \begin{cases} x_1' = \frac{\sin t}{t}x_1 + x_2, \\ x_2' = -6x_1 - 5x_2 \end{cases}
 \end{array}$$

Vyšetrite stabilitu nelineárnych systémov

$$\begin{array}{ll}
 13) \begin{cases} x_1' = -x_1 + x_2 + 2x_1x_2 \\ x_2' = 2x_1 - 3x_2 + 5x_1^4 + x_2^3 \end{cases} & 14) \begin{cases} x_1' = -2x_1 + x_1^2 + x_2^2, \\ x_2' = -x_1 + 3x_2 + 3x_2^2 \end{cases} \\
 15) \begin{cases} x_1' = e^{x_1+2x_2} - \cos 3x_1, \\ x_2' = \sqrt{4+8x_1} - 2e^{x_2} \end{cases} & 16) \begin{cases} x_1' = 2\sqrt{x_1+1} - 2e^{x_1+x_2} \\ x_2' = \sin x_1 + \ln(1-4x_2) \end{cases}
 \end{array}$$

Pri akých hodnotách parametrov je triviálne riešenie asymptoticky stabilné?

$$\begin{array}{ll}
 17) \begin{cases} x_1' = ax_1 - 2x_2 + x_1^2 \\ x_2' = x_1 + x_2 + x_1x_2 \end{cases} & 18) \begin{cases} x_1' = ax_1 + x_2 + x_1^2 \\ x_2' = x_1 + ax_2 + x_2^2 \end{cases} \\
 19) \begin{cases} x_1' = x_2 + \sin x_1 \\ x_2' = ax_1 + bx_2 \end{cases} & 20) \begin{cases} x_1' = x_1 + ax_2 + x_2^2 \\ x_2' = bx_1 + -3x_2 - x_1^2 \end{cases}
 \end{array}$$

Vyšetrite stabilitu triviálneho riešenia pomocou Ljapunovovej funkcie

$$\begin{array}{lll}
 21) \begin{cases} x_1' = x_2 + 2x_1^5 \\ x_2' = -3x_1 + x_2^3 \end{cases} & 22) \begin{cases} x_1' = x_2 \\ x_2' = \sin(x_1 + x_2) \end{cases} & 23) \begin{cases} x_1' = -x_1^5 + 2x_2^3 \\ x_2' = -x_1 - x_2^3 + x_2^5 \end{cases}
 \end{array}$$