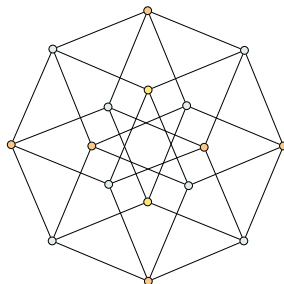


## DISKRÉTNÁ MATEMATIKA A LOGIKA – PRÍKLADY

- (1) Zistite, či poset  $P \subseteq \mathbb{N}^+$  s usporiadaním  $|$  je zväz. Ak áno, zistite či je podzväz  $(\mathbb{N}^+, |)$ . Vždy nakreslite aj diagram  $(P, |)$ .
- $P = \{1, 2, 3, 12, 18, 36\}$ ,
  - $P = \{1, 2, 3, 6, 12, 18, 36\}$ ,
  - $P = \{1, 2, 3, 12, 24, 36, 72\}$ .
- (2) Zistite, či poset  $(P, \subseteq)$  je zväz, kde
- $$P = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}\}.$$
- (3) Nech
- $$L = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{1, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}\}.$$
- $L$  je zväz.
- Nakreslite diagram  $L$ , čiastočné usporiadanie je  $\subseteq$ .
  - Dokážte, že  $L$  nie je podzväzom zväzu  $(2^{\{1,2,3,4\}}, \cap, \cup)$ .
  - Je  $L$  distributívny? Je  $L$  modulárny?
  - Nájdite nejaké 4,5,6 a 7-prvkové podzväzy  $L$  a nakreslite ich diagramy.
  - Nájdite 3 distributívne podzväzy  $L$ .
  - Nájdite podzväz zväzu  $L$ , ktorý je generovaný množinou  $A$ :
    - pre  $A = \{\{1\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}\}$ ,
    - pre  $A = \{\{1\}, \{3, 4\}, \{1, 4\}\}$ .
- (4) Zistite, či zväz  $(L, \subseteq)$ , kde
- $$L = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{1, 5\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}\}$$
- je distributívny, resp. modulárny.
- (5) Uvažujte zväz  $L$  podmnožín roviny, ktorý obsahuje všetky body, všetky priamky, prázdnu množinu a celú rovinu; čiastočné usporiadanie na  $L$  je  $\subseteq$ . Je  $L$  distributívny? Je  $L$  modulárny?
- (6) Nakreslite diagramy všetkých (až na izomorfizmus) 7-prvkových distributívnych zväzov. Nájdite kanonické reprezentácie niektorých z nich.
- (7) Nakreslite diagramy všetkých trojprvkových posetov. Pre každý z nich nájdite distributívny zväz všetkých dolných množín. V distributívnych zväzoch nájdite ich  $J(L)$  a nahliadnite, ako vyzerá poset  $(J(L), \subseteq)$ .
- (8) Presvedčte sa, že veta o kanonickej reprezentácii distributívneho zväzu zlyhá na pentagone a diamante.
- (9) Ako vyzerajú dolné množiny posetu  $(\mathbb{R}, \leq)$ ?
- (10) Nájdite podzväz zväzu  $(2^{\{1,2,3,4\}}, \cap, \cup)$  generovaný množinami
- $A = \{\{1\}, \{1, 2, 3\}, \{2, 4\}\}$ ,
  - $A = \{\{1\}, \{4\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}\}$ ,
  - $A = \{\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 4\}\}$ .
- (11) Nájdite podzväz zväzu  $(\mathbb{N}^+, |)$ , ktorý je generovaný množinami
- $A = \{4, 14\}$ ,
  - $A = \{2, 3, 10, 15\}$ ,
  - $A = \{2, 42, 35\}$ .

- (15) Toto je diagram  $(2^{\{1,2,3,4\}}, \cap, \cup)$ . Popište bodky v ňom prvkami  $2^{\{1,2,3,4\}}$  aspoň dvoma různými způsoby.



Potom nakreslite iný diagram toho istého zväzu.